

Cognome: _____

Compito A

Nome: _____

Matricola: _____

| Es. 1: 6 punti | Es. 2: 12 punti | Es. 3: 6 punti | Es. 4: 6 punti | Es. 5: 3 punti | Totale |
|----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|--------|
| | | | | | |

1. Si consideri la seguente equazione nel campo complesso:

$$z^4 - 4z^2 + 8 = 0.$$

Scrivere le soluzioni nella forma trigonometrica $\rho(\cos \vartheta + i \sin \vartheta)$ e rappresentarle sul piano di Gauss.

2. Studiare la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - x} & \text{se } x < 0 \\ (x^2 - 2x)e^{-x} & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

In particolare, (motivando la risposta) dire se la funzione f

- (a) è continua in $x_0 = 0$;
 (b) è derivabile in $x_0 = 0$.

(Dominio di f , segno di f , limiti agli estremi, eventuali asintoti, derivata prima, derivabilità di f , eventuali punti di massimo o minimo locali, derivata seconda, convessità e concavità, grafico di f .)

3. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 3t^2 x(t) \\ x(1) = -1 \end{cases}$$

4. Nello spazio euclideo \mathbb{R}^3 , si considerino i piani

$$\pi_1 : x - y + z + 1 = 0 \quad \text{e} \quad \pi_2 : 2x - 3y + z + 4 = 0.$$

- (a) Trovare le equazioni parametriche della retta $r = \pi_1 \cap \pi_2$.
 (b) Scrivere l'equazione cartesiana del piano π passante per il punto $P \equiv (1, 0, 2)$ e ortogonale alla retta r .

5. (Domanda di teoria) Enunciare e dimostrare il teorema di Cauchy.

Punteggio minimo per superare la prova = 18 punti.

Tempo: due ore.

Cognome: _____

Compito B

Nome: _____

Matricola: _____

| Es. 1: 6 punti | Es. 2: 12 punti | Es. 3: 6 punti | Es. 4: 6 punti | Es. 5: 3 punti | Totale |
|----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|--------|
| | | | | | |

1. Si consideri la seguente equazione nel campo complesso:

$$z^4 - 2z^2 + 2 = 0.$$

Scrivere le soluzioni nella forma trigonometrica $\rho(\cos \vartheta + i \sin \vartheta)$ e rappresentarle sul piano di Gauss.

2. Studiare la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{x^2 - x} & \text{se } x < 0 \\ (-x^2 + 2x)e^{-x} & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

In particolare, (motivando la risposta) dire se la funzione f

- (a) è continua in $x_0 = 0$;
 (b) è derivabile in $x_0 = 0$.

(Dominio di f , segno di f , limiti agli estremi, eventuali asintoti, derivata prima, derivabilità di f , eventuali punti di massimo o minimo locali, derivata seconda, convessità e concavità, grafico di f .)

3. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 2t x(t) \\ x(1) = -1 \end{cases}$$

4. Nello spazio euclideo \mathbb{R}^3 , si considerino i piani

$$\pi_1 : x + y - z + 1 = 0 \quad \text{e} \quad \pi_2 : 2x + 3y - z + 4 = 0.$$

- (a) Trovare le equazioni parametriche della retta $r = \pi_1 \cap \pi_2$.
 (b) Scrivere l'equazione cartesiana del piano π passante per il punto $P \equiv (1, 2, 0)$ e ortogonale alla retta r .

5. (Domanda di teoria) Enunciare e dimostrare il teorema di Cauchy.

Punteggio minimo per superare la prova = 18 punti.

Tempo: due ore.