

Cognome: _____

Matricola: _____

Nome: _____

Punteggio Totale: _____

Istruzioni: I fogli di brutta non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, appunti, calcolatrici e apparecchiature elettroniche.

Tempo: 2 ore e 15 minuti.

QUESTIONARIO (10 punti, soglia sufficienza 5)

(Segnare le risposte corrette (\circ una sola, \square più di una). Ogni quesito vale un punto)

1. Dato l'insieme $A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sin \frac{\pi}{x-2} = 0 \right\}$, allora

① A è un insieme limitato

④ $\sup A \neq \max A$

② $\max A$ non esiste

⑤ $\inf A \neq \min A$

③ $\min A = 0$

2. Sia $A = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z^2) = 0, |z| = \sqrt{2}\}$. Allora

① $A = \emptyset$

④ A è dato da una circonferenza di raggio $\sqrt{2}$

② $A \subseteq \mathbb{R}$

⑤ A è dato dai vertici di un quadrato di lato 2

③ A è dato da due rette perpendicolari

3. Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \log \frac{1+x^2}{2x+x^2}$ vale

① 0

② -1

③ 1/2

④ -2

⑤ $+\infty$

4. Siano f e g due funzioni definite su tutto \mathbb{R} tali che $f \sim g$ per $x \rightarrow +\infty$. Allora, per $x \rightarrow +\infty$,

① $f(x) = o(g(x))$

④ se $f \sim x$, allora $g \sim x$

② $f(x) = g(x) + o(x)$

⑤ $e^{f(x)} \sim e^{g(x)}$

③ $f(x) = g(x) + o(g(x))$

5. Sia $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e pari. Allora, si ha

① $f(0) = 0$;

④ $\int_{-1}^1 x^2 f(x) dx = 2 \int_0^1 x^2 f(x) dx$

② f ha massimo e minimo in $(-1, 1)$

⑤ $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{x} dx$ esiste finito

③ $\int_{-1}^1 x f(x) dx = 0$

6. Sia $a \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_0^1 \frac{x-1+\cos\sqrt{2x}}{x^{3a}} dx$ converge

① per ogni valore di a

③ se e solo se $\frac{2}{3} < a < 1$

⑤ se e solo se $a > \frac{3}{4}$

② per nessun valore di a

④ se e solo se $a < 1$

⑥ se e solo se $a < \frac{1}{3}$

