

Analisi e Geometria 1 (15 Giugno 2021)

Secondo appello

Alcune domande sono a risposta multipla (quadrati) e alcune domande sono a risposta singola (cerchi).

Tempo: 90 minuti.

* Questo modulo registrerà il tuo nome, inserire il nome.

1

Domanda a risposta singola
(2 punti)

Si consideri l'insieme

$$E = \left\{ \frac{2n+1}{2n-1} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\} \subseteq \mathbb{R}.$$

Allora

- E ha minimo
- E non ha massimo
- E non è limitato
- $\inf E = 1$
- nessuna delle altre risposte è corretta

2

Domanda a risposta singola
(2 punti)

Sia

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : 0 \leq |z| \leq 2, -\frac{\pi}{2} \leq \text{Arg } z < 0 \right\}.$$

Allora

- $i \in A$
- $e^{2\pi i} \in A$
- $1 - i \in A$
- $-1 - i \in A$
- nessuna delle altre risposte è corretta

3

Domanda a risposta multipla
(2 punti)

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = |x|x.$$

Allora

- f non è derivabile in $x_0 = 0$
- f è derivabile in $x_0 = 0$ e $f'(x) = 0$
- f non è derivabile due volte in $x_0 = 0$
- f è derivabile due volte in $x_0 = 0$ e $f''(x) = 0$
- f non ammette un punto di flesso in $x_0 = 0$

4

Domanda a risposta singola
(2 punti)

Si consideri la funzione $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = x^x.$$

Allora per $x \rightarrow 1$

- $f(x) = 1 + (x - 1) + o(x - 1)$
- $f(x) = 1 - (x - 1) + o(x - 1)$
- $f(x) = 1 + \frac{x-1}{2} + o(x - 1)$
- $f(x) = 1 - \frac{x-1}{2} + o(x - 1)$
- nessuna delle altre risposte è corretta

5

Domanda a risposta multipla
(2 punti)

Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = y \ln y.$$

Allora

- ogni soluzione è limitata su \mathbb{R}
- non ha soluzioni limitate su \mathbb{R}
- esiste almeno una soluzione costante
- ogni soluzione ha un asintoto orizzontale per $t \rightarrow -\infty$
- ogni soluzione ha un asintoto orizzontale per $t \rightarrow +\infty$

6

Domanda a risposta singola
(2 punti)

L'integrale improprio

$$I = \int_0^{+\infty} x^\alpha \operatorname{artg}\left(\frac{1}{x}\right) dx, \quad \alpha \in \mathbb{R},$$

converge se e solo se

- $\alpha \leq -1$
- $\alpha \geq 1$
- $\alpha \in (0, 1)$
- $\alpha \in (-1, 0)$
- nessuna delle altre risposte è corretta

7

Domanda a risposta singola
(2 punti)

Si considerino tre vettori $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$ tali che

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \wedge \mathbf{w} \rangle = \alpha.$$

Tali vettori sono linearmente indipendenti **se e solo se**

- $\alpha < 0$
- $\alpha = 0$
- $\alpha > 0$
- $\alpha \neq 0$
- nessuna delle altre risposte è corretta

8

Domanda a risposta singola
(2 punti)

Il piano che contiene la retta di equazioni

$$\begin{cases} 3x + 2y - 2z = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

e passa per l'origine ha equazione

- $5x + 5y - 4z = 1$
- $5x + 5y - 4z = 0$
- $5x - 5y + 4z = 0$
- $5x - 5y - 4z = 2$
- $5x + 5y + 4z = 1$
- $5x + 5y + 4z = 0$

9

Domanda a risposta singola
(2 punti)

La lunghezza del grafico di una funzione $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 è

- $\int_a^b \sqrt{1 + |f'(t)|^2} dt$
- $\int_a^b \sqrt{1 + |f(t)|^2} dt$
- $\int_a^b \sqrt{|f(t)|^2 + |f'(t)|^2} dt$
- $\int_a^b |f'(t)|^2 dt$
- nessuna delle altre risposte è corretta

Domanda a risposta multipla
(2 punti)

Si consideri una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e un punto $x_0 \in \mathbb{R}$ per i quali esiste un numero $L \in \mathbb{R}$ tale che per ogni successione $\{x_n\}_{n \geq 0} \subseteq \mathbb{R}$, se $x_n \rightarrow x_0$ per $n \rightarrow +\infty$, allora $f(x_n) \rightarrow L$ per $n \rightarrow \infty$.

Allora

- $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x (0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon)$
- $\exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \forall x (0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon)$
- $\forall \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \forall x (0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon)$
- $\exists \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x (0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon)$
- se $f(x_0) = L$ allora f è continua

Domanda (12 punti)

- Svolgere l'esercizio in maniera ordinata, giustificando tutti i passaggi, su fogli A4 (cercando di non eccedere le 4 facciate), indicando chiaramente nome, cognome, codice persona e data della prova.
- Alla fine, generare un unico file pdf (usando preferibilmente l'app OneDrive), denominare il file codice_persona.pdf (ad esempio, 12345678.pdf, se il codice persona fosse 12345678) e caricarlo (utilizzando l'applicazione qui sotto).

Si consideri la funzione

$$f(x) = (1+x) \ln(1+x) + (1-x) \ln(1-x) - 2x^2.$$

1. Stabilire il dominio, individuare eventuali simmetrie ed eventuali asintoti.
2. Studiare la continuità e dire se esistono punti in cui f è prolungabile con continuità.
3. Determinare il dominio della derivata prima e calcolarla.
4. Studiare la monotonia di f e determinare gli eventuali punti estremanti, specificando se sono assoluti o relativi.
5. Determinare il dominio della derivata seconda e calcolarla.
6. Studiare la convessità e determinare eventuali punti di flesso.
7. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.
8. Provare che l'integrale

$$I = \int_{-1}^1 f'(x) dx$$

esiste finito e calcolarlo.

 Carica file

Limite del numero di file: 1 Limite di dimensioni del file singolo: 10MB Tipi di file consentiti: PDF

Questo contenuto non è stato creato né approvato da Microsoft. I dati che invii verranno recapitati al proprietario del modulo.

 Microsoft Forms