

# Analisi e Geometria 1 (12 Luglio 2021)

Terzo appello

Alcune domande sono a risposta multipla (quadrati) e alcune domande sono a risposta singola (cerchi).

Tempo: 90 minuti.

\* Questo modulo registrerà il tuo nome, inserire il nome.

1

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Siano

$$a_n = \log\left(\frac{n+15}{n+6}\right) \text{ e } A = \{a_n : n \in \mathbb{N}\}.$$

Allora:

- $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  è strettamente crescente.
- A ammette un estremo inferiore, ma non un minimo.
- A ammette un estremo superiore, ma non un massimo.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n > 0$ .
- nessuna delle altre risposte.

2

Domanda a risposta multipla  
(2 punti)

Sia

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : 1 \leq |z| \leq 2, -\frac{\pi}{3} \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{3} \right\}.$$

Allora:

- A contiene  $\left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}\right)^5$ .
- se A contiene  $z$ , allora contiene anche  $\bar{z}$ .
- A contiene  $(1 - i)^2$ .
- se A contiene  $z$ , allora contiene anche  $|z|$ .

3

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & \text{se } x > 0; \\ x^2 + \alpha x + 1 & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

Allora vale al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ :

- $f$  non è derivabile per nessun valore di  $\alpha$ .
- $f$  è derivabile per ogni  $\alpha$ .
- $f$  è derivabile per  $\alpha = \frac{1}{2}$ .
- $f$  è derivabile per  $\alpha = 1$ .
- nessuna delle altre risposte.

4

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Sia  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  continua tale che  $f(x) = x + o(x)$  per  $x \rightarrow 0$ .

Allora:

- $f$  è derivabile in  $x = 0$ .
- $f(x) = o(1 - \cos(x))$  per  $x \rightarrow 0$ .
- $f(x) = o(\sin(x^2))$  per  $x \rightarrow 0$ .
- $x = 0$  può essere un massimo o minimo di  $f$ .
- nessuna delle altre risposte.

5

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Sia  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile con

$$\begin{cases} f'(x) > 0 & \text{se } x < 0; \\ f'(x) < 0 & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Allora:

- se  $f$  è prolungabile per continuità per  $x = 0$ , allora  $x = 0$  diventa un punto estremante.
- se  $f$  non è prolungabile per continuità per  $x = 0$ , allora  $f$  ammette un asintoto verticale.
- $f$  ammette un massimo o minimo.
- $f$  ammette almeno un asintoto (orizzontale, obliquo o verticale).
- nessuna delle altre risposte.

6

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Si consideri l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha + x^{2-\alpha}} dx$$

al variare di  $\alpha \in [0, 1]$ . Allora:

- l'integrale converge se e solo se  $\alpha \in [0, 1)$ .
- l'integrale converge se e solo se  $\alpha \in (0, 1)$ .
- l'integrale non converge per nessun valore di  $\alpha \in [0, 1]$ .
- l'integrale converge solo per  $\alpha = 1$ .
- nessuna delle altre risposte.

7

Domanda a risposta multipla  
(2 punti)

Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = x(1 + y^2)$$

Allora vale che

- si tratta di un'equazione lineare.
- si tratta di un'equazione a variabili separabili.
- ogni soluzione ha un asintoto orizzontale per  $t \rightarrow +\infty$ .
- ogni soluzione ha un asintoto verticale.
- esiste una soluzione costante.

8

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Si considerino i tre punti:

$$A = (3, 0, 3), \quad B = (2, -1, 3), \quad C = (1, -3, 4)$$

e l'angolo  $\alpha$  tra  $\vec{BA}$  e  $\vec{BC}$ . Allora:

- $\alpha = \frac{\pi}{6}$ .
- $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ .
- $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ .
- $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ .
- nessuna delle altre risposte.

9

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Si consideri il punto  $P = (2, -3, -4)$  e il piano

$$\pi : 4x + 3y + z = 6.$$

Allora:

- $P$  è contenuto nel piano  $\pi$ .
- la distanza  $d(\pi, P) = \frac{1}{\sqrt{26}}$ .
- la distanza  $d(\pi, P) = \frac{11}{\sqrt{26}}$ .
- la distanza  $d(\pi, P) = \frac{24}{\sqrt{26}}$ .
- nessuna delle altre risposte.

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Si consideri la curva

$$\gamma : \begin{cases} x = \cos(e^t) \\ y = -\sqrt{2}e^t \\ z = \sin(e^t) \end{cases} \text{ con } t \in [0, 1].$$

Allora:

- esiste  $t_0 \in [0, 1]$  tale che  $\gamma$  non è regolare in  $t_0$ .
- la lunghezza di  $\gamma$  è  $\sqrt{3}e$ .
- la lunghezza di  $\gamma$  è  $\sqrt{2}(e - 1)$ .
- la lunghezza di  $\gamma$  è  $\sqrt{3}(e - 1)$ .
- nessuna delle altre risposte.

- Svolgere l'esercizio in maniera ordinata, giustificando tutti i passaggi, su fogli A4 (cercando di non eccedere le 4 facciate), indicando chiaramente nome, cognome, codice persona e data della prova.  
- Alla fine, generare un unico file pdf (usando preferibilmente l'app OneDrive), denominare il file codice\_persona.pdf (ad esempio, 12345678.pdf, se il codice persona fosse 12345678) e caricarlo (utilizzando l'applicazione qui sotto).

Si consideri la funzione

$$f(x) = \operatorname{artg} \frac{2 + x^2}{2 - x^2}.$$

1. Stabilire il dominio di  $f$  e individuare eventuali simmetrie ed eventuali asintoti.
2. Studiare la continuità di  $f$  e dire se esistono punti in cui  $f$  è prolungabile con continuità.
3. Determinare il dominio della derivata prima di  $f$  e calcolarla.
4. Studiare la monotonia di  $f$  e determinare gli eventuali punti estremanti, specificando se sono assoluti o relativi.
5. Determinare il dominio della derivata seconda e calcolarla.
6. Studiare la convessità di  $f$  e determinare eventuali punti di flesso.
7. Tracciare un grafico qualitativo di  $f$ .
8. Scrivere lo sviluppo di MacLaurin di ordine 3 di  $f$ .

 Carica file

Limite del numero di file: 1 Limite di dimensioni del file singolo: 10MB Tipi di file consentiti: PDF;Immagine

---

Questo contenuto non è stato creato né approvato da Microsoft. I dati che invii verranno recapitati al proprietario del modulo.

 Microsoft Forms