

# Analisi e Geometria 1 (2 Settembre 2021)

Terzo appello

Alcune domande sono a risposta multipla (quadrati) e alcune domande sono a risposta singola (cerchi).

Tempo: 90 minuti.

\* Questo modulo registrerà il tuo nome, inserire il nome.

1

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Nel campo dei numeri complessi, l'equazione  $|z - 1| = \bar{z} - i$

- ammette solo soluzioni reali
- non ammette soluzioni
- ha soluzioni reali con parte reale negativa
- ammette solo la soluzione  $1 - i$

2

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Quanto vale il  $\lim_{n \rightarrow \infty} (e^n - n^{\sqrt{n}})$  ?

$+\infty$

1

0

$e$

3

Domanda a risposta multipla  
(2 punti)

Sia  $a_n$  una successione reale. Allora

$$a_n \rightarrow \ell \text{ per } n \rightarrow +\infty$$

significa

$\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N}$  tale che  $\forall n > n_0$  allora  $\ell - \varepsilon < a_n < \ell + \varepsilon$

$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$  tale che  $\forall n > \varepsilon$  allora  $\ell - \delta < a_n < \ell + \delta$

$a_n - \ell \rightarrow 0$  per  $n \rightarrow +\infty$

nessuna delle altre risposte è corretta

4

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

L'integrale  $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^\alpha} dx$

converge per ogni  $\alpha \in (0, +\infty)$

converge per ogni  $\alpha \in [0, +\infty)$

converge per ogni  $\alpha \in \mathbb{R}$

non converge per nessun valore di  $\alpha \in \mathbb{R}$

5

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

La lunghezza della curva

$$\gamma(t) = \left(t - 1, 1 - t^2, 2 + \frac{2}{3}t^3\right), t \in [0, 1],$$

è:

$\frac{2}{3}$

$\sqrt{\frac{5}{3}}$

$\frac{5}{3}$

$\frac{4}{3}$

6

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Il polinomio di Taylor centrato in zero di ordine 4 di  $f(x) = \log(1 - 2x^2)$  è

$-2x^2 - 2x^4$

$-2x^2 + 2x^4$

$2x^2 - 2x^4$

$2x^2 + 2x^4$

7

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

La funzione  $f(x) = \frac{x \log(x)}{\log(x)-3}$

- ha un asintoto verticale e nessun altro asintoto
- ha un asintoto verticale, un asintoto obliquo e nessun altro asintoto
- ha un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun altro asintoto
- non ha asintoti

8

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Sia  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua in  $[a, b]$  e derivabile in  $(a, b)$ .

Allora certamente

- esiste  $c \in (a, b)$  tale che  $f'(c) = 0$
- se  $f(a) = f(b)$ , allora  $f$  è una funzione costante
- esiste  $c \in (a, b)$  tale che  $f(c) = 0$
- nessuna delle altre risposte è corretta

Domanda a risposta singola  
(2 punti)

Sia  $r$  la retta rappresentata dalle equazioni

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

e sia  $\pi$  il piano parallelo a  $r$  passante per i punti

$$A = (0, 0, 0), \quad B = (1, 1, 1).$$

Allora le equazioni del piano  $\pi$  sono

- $2x - y - z = 0$
- $2x + y - z = 0$
- $x - 2y - z = 0$
- $2x - y + z = 0$

Domanda a risposta multipla  
(2 punti)

La soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - y = x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

ha in  $x = 0$

- un massimo relativo
- un minimo relativo
- un flesso
- concavità rivolta verso l'alto
- concavità rivolta verso il basso

- Svolgere l'esercizio in maniera ordinata, giustificando tutti i passaggi, su fogli A4 (cercando di non eccedere le 4 facciate), indicando chiaramente nome, cognome, codice persona e data della prova.
- Alla fine, generare un unico file pdf (usando preferibilmente l'app OneDrive), denominare il file codice\_persona.pdf (ad esempio, 12345678.pdf, se il codice persona fosse 12345678) e caricarlo (utilizzando l'applicazione qui sotto).(12 punti)

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \operatorname{artg} \frac{1}{x} + \log(1 + x^2).$$

1. Determinare il dominio  $D$  di  $f$ , calcolare i limiti al bordo del dominio  $D$  e determinare gli eventuali asintoti.
2. Studiare la continuità di  $f$  e dire se esistono punti in cui  $f$  è prolungabile con continuità
3. Studiare la derivabilità di  $f$ , calcolare  $f'$  e dire se esistono punti in cui  $f'$  è prolungabile con continuità.
4. Studiare la monotonia di  $f$  e determinare gli eventuali punti estremanti, specificando se sono assoluti o relativi.
5. Calcolare  $f''$ .
6. Studiare la convessità di  $f$  e determinare eventuali punti di flesso.
7. Tracciare un grafico qualitativo di  $f$ .
8. Stabilire se l'integrale improprio

$$I = \int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x^2 \sqrt{x}} dx$$

è convergente.

↑ Carica file

Limite del numero di file: 1 Limite di dimensioni del file singolo: 10MB Tipi di file consentiti: PDF;Immagine

Questo contenuto non è stato creato né approvato da Microsoft. I dati che invii verranno recapitati al proprietario del modulo.

 Microsoft Forms