

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale	Teoria
-------	-------	-------	-------	--------	--------

Analisi e Geometria 1 Prima prova in itinere. 16 novembre 2009	Compito A	Docente:	Politecnico di Milano Ingegneria Industriale
Cognome:		Nome:	Matricola:

Punteggi degli esercizi: Es.1: 6 punti; Es.2: 12 punti; Es.3: 6 punti; Es.4: 6 punti.

Istruzioni: *Riportare le soluzioni nelle caselle. Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.*

1. Sia $f(x) = \frac{\arctan(\sqrt[3]{x}) - e^{\sqrt[3]{x}} + 1}{\ln(1 + \tan \sqrt[3]{x})}$

(a) Calcolare il seguente limite: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Risposta:

(b) Esistono un numero $K \neq 0$ e un numero $\alpha > 0$ per i quali si abbia $f(x) \sim Kx^\alpha$, per $x \rightarrow 0$? In caso affermativo, determinare una tale funzione Kx^α .

Risposta:

(c) Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$ in un intorno del punto $x_0 = 0$.

Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{e^x}$$

Riportare in tabella i risultati e il grafico. Riportare concisamente i calcoli sul retro del foglio.

Insieme di definizione di f :
Limiti agli estremi:
Eventuali asintoti:
Derivata prima:
Qual è il più grande intervallo sul quale f è crescente? Qual è il più grande intervallo sul quale f è decrescente?
Eventuali punti di massimo locale: Eventuali punti di minimo locale:
Derivata seconda:
Studio della convessità e della concavità :
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$:
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $ f(x) $:
Esistono punti in cui la funzione $ f(x) $ non è derivabile? Motivare la risposta.

3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x|^a \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(a) Determinare per quali eventuali $a \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x_0 = 0$.

Risposta:

(b) Usando la definizione di derivata, determinare gli eventuali $a \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione f è derivabile in $x_0 = 0$.

Risposta:

Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

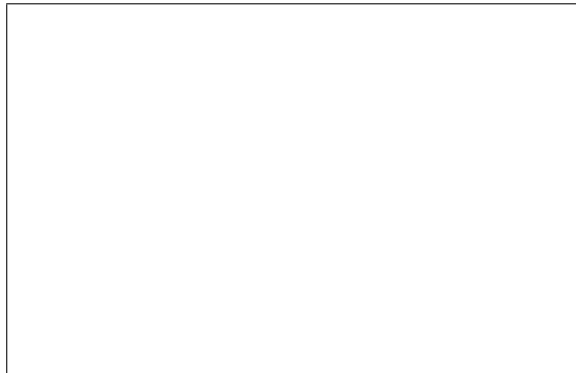
4. Si consideri l'equazione

$$(z - 1)^4 = (1 - i)^4$$

nel campo complesso \mathbb{C} .

(a) Scrivere tutte le soluzioni, nella forma algebrica $a + ib$:

(b) Disegnare tutte le soluzioni sul piano complesso:



Motivare le risposte, riportando i calcoli:

Domanda di teoria

Enunciare e dimostrare il teorema degli zeri.

Teorema

DIMOSTRAZIONE

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale	Teoria
-------	-------	-------	-------	--------	--------

Analisi e Geometria 1 Prima prova in itinere. 16 novembre 2009	Compito B	Docente:	Politecnico di Milano Ingegneria Industriale
Cognome:		Nome:	Matricola:

Punteggi degli esercizi: Es.1: 6 punti; Es.2: 12 punti; Es.3: 6 punti; Es.4: 6 punti.

Istruzioni: *Riportare le soluzioni nelle caselle. Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.*

1. Sia $f(x) = \frac{-\tan(\sqrt[3]{x}) + e^{\sqrt[3]{x}} - 1}{\ln(1 + \arctan \sqrt[3]{x})}$

(a) Calcolare il seguente limite: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Risposta:

(b) Esistono un numero $K \neq 0$ e un numero $\alpha > 0$ per i quali si abbia $f(x) \sim Kx^\alpha$, per $x \rightarrow 0$? In caso affermativo, determinare una tale funzione Kx^α .

Risposta:

(c) Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$ in un intorno del punto $x_0 = 0$.

Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

2. Studiare la funzione

$$f(x) = -\frac{1 + \ln x}{e^x}$$

Riportare in tabella i risultati e il grafico. Riportare concisamente i calcoli sul retro del foglio.

Insieme di definizione di f :
Limiti agli estremi:
Eventuali asintoti:
Derivata prima:
Qual è il più grande intervallo sul quale f è crescente? Qual è il più grande intervallo sul quale f è decrescente?
Eventuali punti di massimo locale: Eventuali punti di minimo locale:
Derivata seconda:
Studio della convessità e della concavità :
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$:
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $ f(x) $:
Esistono punti in cui la funzione $ f(x) $ non è derivabile? Motivare la risposta.

3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x|^a \cos \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(a) Determinare per quali eventuali $a \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x_0 = 0$.

Risposta:

(b) Usando la definizione di derivata, determinare gli eventuali $a \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione f è derivabile in $x_0 = 0$.

Risposta:

Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

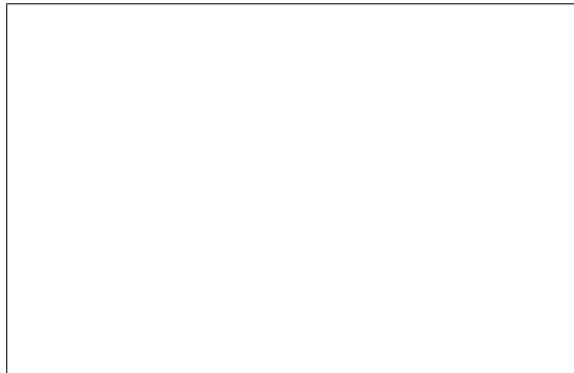
4. Si consideri l'equazione

$$(z + 1)^4 = (1 + i)^4$$

nel campo complesso \mathbb{C} .

(a) Scrivere tutte le soluzioni, nella forma algebrica $a + ib$:

(b) Disegnare tutte le soluzioni sul piano complesso:



Motivare le risposte, riportando i calcoli:

Domanda di teoria

Enunciare e dimostrare il teorema degli zeri.

Teorema

DIMOSTRAZIONE

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale	Teoria
-------	-------	-------	-------	--------	--------

Analisi e Geometria 1 Prima prova in itinere. 16 novembre 2009	Compito C	Docente:	Politecnico di Milano Ingegneria Industriale
Cognome:		Nome:	Matricola:

Punteggi degli esercizi: Es.1: 6 punti; Es.2: 12 punti; Es.3: 6 punti; Es.4: 6 punti.

Istruzioni: *Riportare le soluzioni nelle caselle. Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.*

1. Sia $f(x) = \frac{\arctan(\sqrt[5]{x}) - e^{\sqrt[5]{x}} + 1}{\ln(1 + \tan \sqrt[5]{x})}$

(a) Calcolare il seguente limite: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Risposta:

(b) Esistono un numero $K \neq 0$ e un numero $\alpha > 0$ per i quali si abbia $f(x) \sim Kx^\alpha$, per $x \rightarrow 0$? In caso affermativo, determinare una tale funzione Kx^α .

Risposta:

(c) Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$ in un intorno del punto $x_0 = 0$.

Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{2e^x}$$

Riportare in tabella i risultati e il grafico. Riportare concisamente i calcoli sul retro del foglio.

Insieme di definizione di f :
Limiti agli estremi:
Eventuali asintoti:
Derivata prima:
Qual è il più grande intervallo sul quale f è crescente? Qual è il più grande intervallo sul quale f è decrescente?
Eventuali punti di massimo locale: Eventuali punti di minimo locale:
Derivata seconda:
Studio della convessità e della concavità :
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$:
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $ f(x) $:
Esistono punti in cui la funzione $ f(x) $ non è derivabile? Motivare la risposta.

3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} |\tan x|^a \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(a) Determinare per quali eventuali $a \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x_0 = 0$.

Risposta:

(b) Usando la definizione di derivata, determinare gli eventuali $a \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione f è derivabile in $x_0 = 0$.

Risposta:

Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

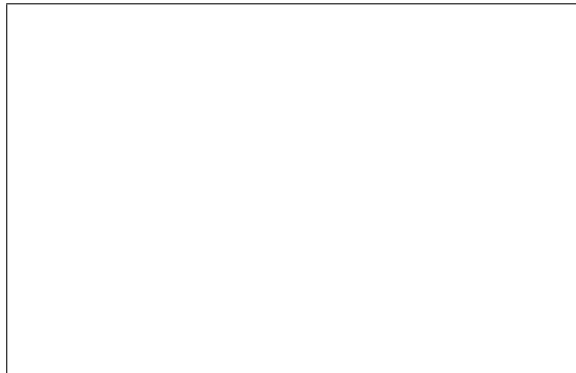
4. Si consideri l'equazione

$$(z - i)^4 = (1 - i)^4$$

nel campo complesso \mathbb{C} .

(a) Scrivere tutte le soluzioni, nella forma algebrica $a + ib$:

(b) Disegnare tutte le soluzioni sul piano complesso:



Motivare le risposte, riportando i calcoli:

Domanda di teoria

Enunciare e dimostrare il teorema degli zeri.

Teorema

DIMOSTRAZIONE

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale	Teoria
-------	-------	-------	-------	--------	--------

Analisi e Geometria 1 Prima prova in itinere. 16 novembre 2009	Compito D	Docente:	Politecnico di Milano Ingegneria Industriale
Cognome:		Nome:	Matricola:

Punteggi degli esercizi: Es.1: 6 punti; Es.2: 12 punti; Es.3: 6 punti; Es.4: 6 punti.

Istruzioni: *Riportare le soluzioni nelle caselle. Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.*

1. Sia $f(x) = \frac{\tan(\sqrt[5]{x}) - e^{\sqrt[5]{x}} + 1}{\ln(1 + \arctan \sqrt[5]{x})}$

(a) Calcolare il seguente limite: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Risposta:

(b) Esistono un numero $K \neq 0$ e un numero $\alpha > 0$ per i quali si abbia $f(x) \sim Kx^\alpha$, per $x \rightarrow 0$? In caso affermativo, determinare una tale funzione Kx^α .

Risposta:

(c) Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$ in un intorno del punto $x_0 = 0$.

Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

2. Studiare la funzione

$$f(x) = -\frac{1 + \ln x}{2e^x}$$

Riportare in tabella i risultati e il grafico. Riportare concisamente i calcoli sul retro del foglio.

Insieme di definizione di f :
Limiti agli estremi:
Eventuali asintoti:
Derivata prima:
Qual è il più grande intervallo sul quale f è crescente? Qual è il più grande intervallo sul quale f è decrescente?
Eventuali punti di massimo locale: Eventuali punti di minimo locale:
Derivata seconda:
Studio della convessità e della concavità :
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$:
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $ f(x) $:
Esistono punti in cui la funzione $ f(x) $ non è derivabile? Motivare la risposta.

3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} |\tan x|^a \cos \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(a) Determinare per quali eventuali $a \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x_0 = 0$.

Risposta:

(b) Usando la definizione di derivata, determinare gli eventuali $a \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione f è derivabile in $x_0 = 0$.

Risposta:

Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

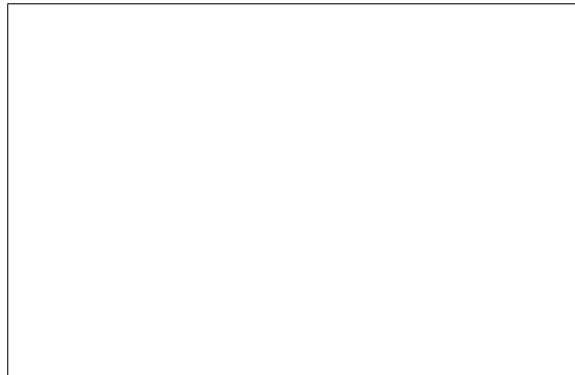
4. Si consideri l'equazione

$$(z + i)^4 = (1 + i)^4$$

nel campo complesso \mathbb{C} .

(a) Scrivere tutte le soluzioni, nella forma algebrica $a + ib$:

(b) Disegnare tutte le soluzioni sul piano complesso:



Motivare le risposte, riportando i calcoli:

Domanda di teoria

Enunciare e dimostrare il teorema degli zeri.

Teorema

DIMOSTRAZIONE