Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale	Teoria

Analisi e Geometria 1 **Prima prova in itinere.** **16 novembre 2009** **Compito A**	**Docente:**	**Politecnico di Milano** **Ingegneria Industriale**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Punteggi degli esercizi: Es.1: 6 punti; Es.2: 12 punti; Es.3: 6 punti; Es.4: 6 punti.
Istruzioni: *Riportare le soluzioni nelle caselle. Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.*

1. Sia $f(x) = \dfrac{\arctan(\sqrt[3]{x}) - e^{\sqrt[3]{x}} + 1}{\ln(1 + \tan \sqrt[3]{x})}$

   (a) Calcolare il seguente limite: $\lim_{x \to 0} f(x)$. Risposta: $\boxed{}$

   (b) Esistono un numero $K \neq 0$ e un numero $\alpha > 0$ per i quali si abbia $f(x) \sim Kx^{\alpha}$, per $x \to 0$? In caso affermativo, determinare una tale funzione Kx^{α}. Risposta: $\boxed{}$

   (c) Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$ in un intorno del punto $x_0 = 0$. $\boxed{}$

   Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{e^x}$$

Riportare in tabella i risultati e il grafico. Riportare concisamente i calcoli sul retro del foglio.

Insieme di definizione di f:
Limiti agli estremi:
Eventuali asintoti:
Derivata prima:
Qual è il più grande intervallo sul quale f è crescente? Qual è il più grande intervallo sul quale f è decrescente?
Eventuali punti di massimo locale: Eventuali punti di minimo locale:
Derivata seconda:
Studio della convessità e della concavità :
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$:
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $\|f(x)\|$:
Esistono punti in cui la funzione $\|f(x)\|$ *non* è derivabile? Motivare la risposta.

3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x|^a \sin \dfrac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(a) Determinare per quali eventuali $a \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x_0 = 0$.

Risposta:

(b) Usando la definizione di derivata, determinare gli eventuali $a \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione f è derivabile in $x_0 = 0$.

Risposta:

Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

4. Si consideri l'equazione

$$(z-1)^4 = (1-i)^4$$

nel campo complesso $\mathbb{C}$.

(a) Scrivere tutte le soluzioni, nella forma algebrica $a+ib$:

(b) Disegnare tutte le soluzioni sul piano complesso:

Motivare le risposte, riportando i calcoli:

Domanda di teoria

Enunciare e dimostrare il teorema degli zeri.

Teorema

Dimostrazione

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale	Teoria

Analisi e Geometria 1 **Prima prova in itinere.** **16 novembre 2009** **Compito B**	**Docente:**	**Politecnico di Milano** **Ingegneria Industriale**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Punteggi degli esercizi: Es.1: 6 punti; Es.2: 12 punti; Es.3: 6 punti; Es.4: 6 punti.
Istruzioni: *Riportare le soluzioni nelle caselle. Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.*

1. Sia $f(x) = \dfrac{-\tan(\sqrt[3]{x}) + e^{\sqrt[3]{x}} - 1}{\ln(1 + \arctan\sqrt[3]{x})}$

   (a) Calcolare il seguente limite: $\lim_{x\to 0} f(x)$. Risposta:

   (b) Esistono un numero $K \neq 0$ e un numero $\alpha > 0$ per i quali si abbia $f(x) \sim Kx^{\alpha}$, per $x \to 0$? In caso affermativo, determinare una tale funzione Kx^{α}. Risposta:

   (c) Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$ in un intorno del punto $x_0 = 0$.

   Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

2. Studiare la funzione

$$f(x) = -\frac{1 + \ln x}{e^x}$$

Riportare in tabella i risultati e il grafico. Riportare concisamente i calcoli sul retro del foglio.

Insieme di definizione di f:
Limiti agli estremi:
Eventuali asintoti:
Derivata prima:
Qual è il più grande intervallo sul quale f è crescente? Qual è il più grande intervallo sul quale f è decrescente?
Eventuali punti di massimo locale: Eventuali punti di minimo locale:
Derivata seconda:
Studio della convessità e della concavità :
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$:
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $\lvert f(x)\rvert$:
Esistono punti in cui la funzione $\lvert f(x)\rvert$ *non* è derivabile? Motivare la risposta.

3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x|^a \cos \dfrac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(a) Determinare per quali eventuali $a \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x_0 = 0$.

Risposta:

(b) Usando la definizione di derivata, determinare gli eventuali $a \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione f è derivabile in $x_0 = 0$.

Risposta:

Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

4. Si consideri l'equazione

$$(z+1)^4 = (1+i)^4$$

nel campo complesso $\mathbb{C}$.

(a) Scrivere tutte le soluzioni, nella forma algebrica $a + ib$:

(b) Disegnare tutte le soluzioni sul piano complesso:

Motivare le risposte, riportando i calcoli:

Domanda di teoria

Enunciare e dimostrare il teorema degli zeri.

Teorema

Dimostrazione

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale	Teoria

Analisi e Geometria 1 **Prima prova in itinere.** **16 novembre 2009** **Compito C**	**Docente:**	**Politecnico di Milano** **Ingegneria Industriale**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Punteggi degli esercizi: Es.1: 6 punti; Es.2: 12 punti; Es.3: 6 punti; Es.4: 6 punti.
Istruzioni: *Riportare le soluzioni nelle caselle. Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.*

1. Sia $f(x) = \dfrac{\arctan(\sqrt[5]{x}) - e^{\sqrt[5]{x}} + 1}{\ln(1 + \tan \sqrt[5]{x})}$

   (a) Calcolare il seguente limite: $\lim_{x \to 0} f(x)$. Risposta: $\boxed{}$

   (b) Esistono un numero $K \neq 0$ e un numero $\alpha > 0$ per i quali si abbia $f(x) \sim Kx^\alpha$, per $x \to 0$? In caso affermativo, determinare una tale funzione Kx^α. Risposta: $\boxed{}$

   (c) Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$ in un intorno del punto $x_0 = 0$. $\boxed{}$

   Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{2e^x}$$

Riportare in tabella i risultati e il grafico. Riportare concisamente i calcoli sul retro del foglio.

Insieme di definizione di f:
Limiti agli estremi:
Eventuali asintoti:
Derivata prima:
Qual è il più grande intervallo sul quale f è crescente? Qual è il più grande intervallo sul quale f è decrescente?
Eventuali punti di massimo locale: Eventuali punti di minimo locale:
Derivata seconda:
Studio della convessità e della concavità :
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$:
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $\lvert f(x)\rvert$:
Esistono punti in cui la funzione $\lvert f(x)\rvert$ *non* è derivabile? Motivare la risposta.

3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} |\tan x|^a \sin \dfrac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(a) Determinare per quali eventuali $a \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x_0 = 0$.

Risposta: $\boxed{}$

(b) Usando la definizione di derivata, determinare gli eventuali $a \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione f è derivabile in $x_0 = 0$.

Risposta: $\boxed{}$

Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

4. Si consideri l'equazione

$$(z-i)^4 = (1-i)^4$$

nel campo complesso $\mathbb{C}$.

(a) Scrivere tutte le soluzioni, nella forma algebrica $a + ib$:

(b) Disegnare tutte le soluzioni sul piano complesso:

Motivare le risposte, riportando i calcoli:

Domanda di teoria

Enunciare e dimostrare il teorema degli zeri.

Teorema

Dimostrazione

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale	Teoria

Analisi e Geometria 1 **Prima prova in itinere.** **16 novembre 2009** **Compito D**	**Docente:**	**Politecnico di Milano** **Ingegneria Industriale**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Punteggi degli esercizi: Es.1: 6 punti; Es.2: 12 punti; Es.3: 6 punti; Es.4: 6 punti.
Istruzioni: *Riportare le soluzioni nelle caselle. Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.*

1. Sia $f(x) = \dfrac{\tan(\sqrt[5]{x}) - e^{\sqrt[5]{x}} + 1}{\ln(1 + \arctan \sqrt[5]{x})}$

   (a) Calcolare il seguente limite: $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$. Risposta:

   (b) Esistono un numero $K \neq 0$ e un numero $\alpha > 0$ per i quali si abbia $f(x) \sim Kx^{\alpha}$, per $x \to 0$? In caso affermativo, determinare una tale funzione Kx^{α}. Risposta:

   (c) Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$ in un intorno del punto $x_0 = 0$.

   Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

2. Studiare la funzione

$$f(x) = -\frac{1 + \ln x}{2e^x}$$

Riportare in tabella i risultati e il grafico. Riportare concisamente i calcoli sul retro del foglio.

Insieme di definizione di f:
Limiti agli estremi:
Eventuali asintoti:
Derivata prima:
Qual è il più grande intervallo sul quale f è crescente? Qual è il più grande intervallo sul quale f è decrescente?
Eventuali punti di massimo locale: Eventuali punti di minimo locale:
Derivata seconda:
Studio della convessità e della concavità :
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$:
Disegnare un grafico qualitativo della funzione $\|f(x)\|$:
Esistono punti in cui la funzione $\|f(x)\|$ *non* è derivabile? Motivare la risposta.

3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} |\tan x|^a \cos \dfrac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(a) Determinare per quali eventuali $a \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x_0 = 0$.

Risposta:

(b) Usando la definizione di derivata, determinare gli eventuali $a \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione f è derivabile in $x_0 = 0$.

Risposta:

Giustificare le risposte, riportando i calcoli:

4. Si consideri l'equazione

$$(z+i)^4 = (1+i)^4$$

nel campo complesso $\mathbb{C}$.

(a) Scrivere tutte le soluzioni, nella forma algebrica $a + ib$:

(b) Disegnare tutte le soluzioni sul piano complesso:

Motivare le risposte, riportando i calcoli:

Domanda di teoria

Enunciare e dimostrare il teorema degli zeri.

Teorema

Dimostrazione