Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale

Analisi e Geometria 2	**Ing. Energetica e Meccanica** **Proff. Cerutti, Schlesinger, Squellati**	**Prima prova parz.** **6 Maggio 2008**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- **Le risposte alle domande devono essere scritte su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, solo in caso di necessità, sul retro.**
- **Ogni risposta deve essere giustificata.**

1. Scrivere l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$x'' + 4x' + 13x = 13t + 10e^{-t}$$

e risolvere il problema di condizioni iniziali $x\,(0) = x'\,(0) = 0$.

2. Determinare per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ le serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{3^n + 4n} \quad , \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(nx)}{3n^3 + 5}$$

convergono.

3. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ lineare, e sia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

la matrice $\mathbf{A}$ che la rappresenta, nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^4$ ed $\mathbb{R}^3$.

a) Calcolare le dimensioni dell'immagine e del nucleo di $\mathbf{f}$.

b) Stabilire se il vettore $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ appartiene all'immagine di $\mathbf{f}$.

4. Sia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -7 \\ k & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad k \in \mathbb{R}.$$

a) Dopo aver calcolato gli autovalori di $\mathbf{A}$, stabilire per quali valori di k la matrice è diagonalizzabile.

b) Per i valori di k per cui $\mathbf{A}$ è diagonalizzabile, determinare una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di $\mathbf{A}$ e una matrice diagonale simile a $\mathbf{A}$.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale

Analisi e Geometria 2	**Ing. Energetica e Meccanica** **Proff. Cerutti, Schlesinger, Squellati**	**Prima prova parz.** **6 Maggio 2008**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- **Le risposte alle domande devono essere scritte su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, solo in caso di necessità, sul retro.**
- **Ogni risposta deve essere giustificata.**

1. Determinare per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ le serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{4^n + 5n} \ , \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(nx)}{2n^3 + 3}$$

convergono.

2. Scrivere l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$x'' + 4x' + 8x = 8t + 20e^{2t}$$

e risolvere il problema di condizioni iniziali $x(0) = x'(0) = 0$.

3. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ lineare, e sia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -3 & -6 & 0 & -3 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

la matrice $\mathbf{A}$ che la rappresenta, nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^4$ ed $\mathbb{R}^3$.

a) Calcolare le dimensioni dell'immagine e del nucleo di $\mathbf{f}$.

b) Stabilire se il vettore $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ appartiene all'immagine di $\mathbf{f}$.

4. Sia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & k & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 5 & -4 & 3 \end{pmatrix}, \qquad k \in \mathbb{R}.$$

a) Dopo aver calcolato gli autovalori di $\mathbf{A}$, stabilire per quali valori di k la matrice è diagonalizzabile.

b) Per i valori di k per cui $\mathbf{A}$ è diagonalizzabile, determinare una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di $\mathbf{A}$ e una matrice diagonale simile a $\mathbf{A}$.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale

Analisi e Geometria 2	**Ing. Energetica e Meccanica** **Proff. Cerutti, Schlesinger, Squellati**	**Prima prova parz.** **6 Maggio 2008**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

• **Le risposte alle domande devono essere scritte su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, solo in caso di necessità, sul retro.**

• **Ogni risposta deve essere giustificata.**

1. Sia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & k & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \qquad k \in \mathbb{R}.$$

a) Dopo aver calcolato gli autovalori di $\mathbf{A}$, stabilire per quali valori di k la matrice è diagonalizzabile.

b) Per i valori di k per cui $\mathbf{A}$ è diagonalizzabile, determinare una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di $\mathbf{A}$ e una matrice diagonale simile a $\mathbf{A}$.

2. Scrivere l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$x'' - 4x' + 8x = 8t + 5e^{3t}$$

e risolvere il problema di condizioni iniziali $x(0) = x'(0) = 0$.

3. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ lineare, e sia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 & 3 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$

la matrice $\mathbf{A}$ che la rappresenta, nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^4$ ed $\mathbb{R}^3$.

a) Calcolare le dimensioni dell'immagine e del nucleo di $\mathbf{f}$.

b) Stabilire se il vettore $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ appartiene all'immagine di $\mathbf{f}$.

4. Determinare per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ le serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{5^n + 3n} \quad , \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(nx)}{3n^3 + 4}$$

convergono.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale

Analisi e Geometria 2	**Ing. Energetica e Meccanica** **Proff. Cerutti, Schlesinger, Squellati**	**Prima prova parz.** **6 Maggio 2008**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

• **Le risposte alle domande devono essere scritte su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, solo in caso di necessità, sul retro.**

• **Ogni risposta deve essere giustificata.**

1. Determinare per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ le serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{2^n + 3n} \ , \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(nx)}{2n^3 + 5}$$

convergono.

2. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ lineare, e sia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 & 3 \\ -3 & 2 & -5 & 0 \\ 4 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

la matrice $\mathbf{A}$ che la rappresenta, nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^4$ ed $\mathbb{R}^3$.

a) Calcolare le dimensioni dell'immagine e del nucleo di $\mathbf{f}$.

b) Stabilire se il vettore $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ appartiene all'immagine di $\mathbf{f}$.

3. Sia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 \\ k & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}, \qquad k \in \mathbb{R}.$$

a) Dopo aver calcolato gli autovalori di $\mathbf{A}$, stabilire per quali valori di k la matrice è diagonalizzabile.

b) Per i valori di k per cui $\mathbf{A}$ è diagonalizzabile, determinare una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di $\mathbf{A}$ e una matrice diagonale simile a $\mathbf{A}$.

4. Scrivere l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$x'' - 6x' + 13x = 13t + 20e^{-t}$$

e risolvere il problema di condizioni iniziali $x(0) = x'(0) = 0$.