

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale

Analisi e Geometria 2	Ing. Energetica e Meccanica Proff. Cerutti, Schlesinger, Squellati	Seconda prova parziale 1 luglio 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

- Le risposte alle domande devono essere scritte su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, solo in caso di necessità, sul retro.
- Ogni risposta deve essere giustificata.

1. Sia $f(x, y)$ una funzione di classe C^1 nel piano. Supponiamo che $f(4, 6) = 0$ e

$$\nabla f(4, 6) = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

- Sia $g(t) = f(t^2, t^3 - 2)$. Si spieghi perché $g(t)$ è derivabile in $t = 2$ e si calcoli $g'(2)$.
- Si spieghi perché l'equazione $f(x, y) = 0$ definisce una curva regolare γ in un intorno del punto $(4, 6)$, e si scriva l'equazione della retta tangente a γ nel punto $(4, 6)$.

2. Dopo averne giustificato l'esistenza, si determinino massimo e minimo della funzione $f(x, y) = 3\sqrt{xy}$, nell'insieme chiuso D nel primo quadrante del piano delimitato dall'asse x , dall'asse y e dalla linea $x^2y + y^2 + x = 3$.

3. Calcolare il momento d'inerzia rispetto all'origine di una lamina D , con densità lineare di massa δ inversamente proporzionale alla distanza dall'origine, essendo D il semicerchio centro in $(1, 0)$ e raggio 1 situato nel quarto quadrante (Il momento d'inerzia è dato dalla formula $\iint_D \delta(x, y) (d(x, y))^2 dx dy$, dove $d(x, y)$ è la distanza dal polo).

4. Sia

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{-y}{x^2 + y^2} \mathbf{i} + \frac{x}{x^2 + y^2} \mathbf{j}.$$

i) Si dica se \mathbf{F} è conservativo in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$. Si dica se \mathbf{F} è conservativo nel primo quadrante (semiassi esclusi).

ii) Si calcoli il lavoro del campo lungo il segmento \overrightarrow{PQ} dove $P = (27, 27)$ e $Q = (\sqrt{3}, 1)$.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale

Analisi e Geometria 2	Ing. Energetica e Meccanica Proff. Cerutti, Schlesinger, Squellati	Seconda prova parziale 1 luglio 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

- Le risposte alle domande devono essere scritte su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, solo in caso di necessità, sul retro.
- Ogni risposta deve essere giustificata.

1. Sia $f(x, y)$ una funzione di classe C^1 nel piano. Supponiamo che $f(7, 3) = 0$ e

$$\nabla f(7, 3) = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

- i) Sia $g(t) = f(3 + t^2, t^3 - 5)$. Si spieghi perché $g(t)$ è derivabile in $t = 2$ e si calcoli $g'(2)$.
- ii) Si spieghi perché l'equazione $f(x, y) = 0$ definisce una curva regolare γ in un intorno del punto $(7, 3)$, e si scriva l'equazione della retta tangente a γ nel punto $(7, 3)$.

2. Dopo averne giustificato l'esistenza, si determinino massimo e minimo della funzione $f(x, y) = 7\sqrt{xy}$, nell'insieme chiuso D nel primo quadrante del piano delimitato dall'asse x , dall'asse y e dalla linea $xy^2 + x^2 + y = 3$.

3. Calcolare il momento d'inerzia rispetto all'origine di una lamina D , con densità lineare di massa δ inversamente proporzionale alla distanza dall'origine, essendo D il semicerchio centro in $(0, 3)$ e raggio 3 situato nel secondo quadrante (Il momento d'inerzia è dato dalla formula $\iint_D \delta(x, y) (d(x, y))^2 dx dy$, dove $d(x, y)$ è la distanza dal polo).

4. Sia

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{-y}{x^2 + y^2} \mathbf{i} + \frac{x}{x^2 + y^2} \mathbf{j}.$$

i) Si dica se \mathbf{F} è conservativo in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$. Si dica se \mathbf{F} è conservativo nel primo quadrante (semiassi esclusi).

ii) Si calcoli il lavoro del campo lungo il segmento \overrightarrow{PQ} dove $P = (\sqrt{3}, 1)$ e $Q = (25, 25)$.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale

Analisi e Geometria 2	Ing. Energetica e Meccanica Proff. Cerutti, Schlesinger, Squellati	Seconda prova parziale 1 luglio 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

- Le risposte alle domande devono essere scritte su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, solo in caso di necessità, sul retro.
- Ogni risposta deve essere giustificata.

1. Sia $f(x, y)$ una funzione di classe C^1 nel piano. Supponiamo che $f(6, 4) = 0$ e

$$\nabla f(6, 4) = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

- Sia $g(t) = f(t^3 - 2, t^2)$. Si spieghi perché $g(t)$ è derivabile in $t = 2$ e si calcoli $g'(2)$.
- Si spieghi perché l'equazione $f(x, y) = 0$ definisce una curva regolare γ in un intorno del punto $(6, 4)$, e si scriva l'equazione della retta tangente a γ nel punto $(6, 4)$.

2. Dopo averne giustificato l'esistenza, si determinino massimo e minimo della funzione $f(x, y) = 5\sqrt{xy}$, nell'insieme chiuso D nel primo quadrante delimitato dall'asse x , dall'asse y e dalla linea $xy^2 + x^2 + y = 3$.

3. Calcolare il momento d'inerzia rispetto all'origine di una lamina D , con densità lineare di massa δ inversamente proporzionale alla distanza dall'origine, essendo D il semicerchio centro in $(-4, 0)$ e raggio 4 situato nel secondo quadrante (Il momento d'inerzia è dato dalla formula $\iint_D \delta(x, y) (d(x, y))^2 dx dy$, dove $d(x, y)$ è la distanza dal polo).

4. Sia

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2} \mathbf{i} - \frac{x}{x^2 + y^2} \mathbf{j}.$$

- i) Si dica se \mathbf{F} è conservativo in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$. Si dica se \mathbf{F} è conservativo nel primo quadrante (semiassi esclusi).
- ii) Si calcoli il lavoro del campo lungo il segmento \overrightarrow{PQ} dove $P = (23, 23)$ e $Q = (\sqrt{3}, 1)$.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale

Analisi e Geometria 2	Ing. Energetica e Meccanica Proff. Cerutti, Schlesinger, Squellati	Seconda prova parziale 1 luglio 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

- Le risposte alle domande devono essere scritte su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, solo in caso di necessità, sul retro.
- Ogni risposta deve essere giustificata.

1. Sia $f(x, y)$ una funzione di classe C^1 nel piano. Supponiamo che $f(3, 7) = 0$ e

$$\nabla f(3, 7) = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

- Sia $g(t) = f(t^2 - 1, t^2 + 3)$. Si spieghi perché $g(t)$ è derivabile in $t = 2$ e si calcoli $g'(2)$.
- Si spieghi perché l'equazione $f(x, y) = 0$ definisce una curva regolare γ in un intorno del punto $(3, 7)$, e si scriva l'equazione della retta tangente a γ nel punto $(3, 7)$.

2. Dopo averne giustificato l'esistenza, si determinino massimo e minimo della funzione $f(x, y) = 2\sqrt{xy}$, nell'insieme chiuso D nel primo quadrante del piano delimitato dall'asse x , dall'asse y e dalla linea $x^2y + y^2 + x = 3$.

3. Calcolare il momento d'inerzia rispetto all'origine di una lamina D , con densità lineare di massa δ inversamente proporzionale alla distanza dall'origine, essendo D il semicerchio centro in $(0, -2)$ e raggio 2 situato nel terzo quadrante (Il momento d'inerzia è dato dalla formula $\iint_D \delta(x, y) (d(x, y))^2 dx dy$, dove $d(x, y)$ è la distanza dal polo).

4. Sia

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2} \mathbf{i} - \frac{x}{x^2 + y^2} \mathbf{j}.$$

- i) Si dica se \mathbf{F} è conservativo in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$. Si dica se \mathbf{F} è conservativo nel primo quadrante (semiassi esclusi).
- ii) Si calcoli il lavoro del campo lungo il segmento \overrightarrow{PQ} dove $P = (\sqrt{3}, 1)$ e $Q = (29, 29)$.