

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Totale

Analisi e Geometria 2	Ing. Energetica e Meccanica Prof. Cerutti, Schlesinger, Squellati	9 luglio 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

- Le risposte alle domande devono essere scritte su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, solo in caso di necessità, sul retro.
- Ogni risposta deve essere giustificata.

1. Sia  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  e sia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & k \\ 2 & 4 & k & 6 \\ -3 & k & 0 & -9 \end{pmatrix}, \quad k \in \mathbb{R}$$

la matrice che la rappresenta.

- i) Si determinino, al variare di  $k$ , le dimensioni dell'insieme immagine e del nucleo di  $f$ .
- ii) Si determini, al variare di  $k$ , una base dell'insieme immagine di  $f$ .

2. Si determini la soluzione del sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' = -2x + 3y \\ y' = 3x - 2y \end{cases}$$

che soddisfa la condizione  $x(0) = 1, y(0) = 2$ .

3. Si verifichi che l'equazione

$$f(x, y) = \ln xy + 5x - 4y - xy = 0$$

definisce implicitamente in un intorno di  $x = 1$  un'unica funzione  $y = g(x)$ , tale che  $g(1) = 1$ . Per tale funzione si scriva il polinomio di Taylor di secondo grado con centro in  $x = 1$ .

4. Si scriva la serie di Fourier associata alla funzione  $f(x)$ ,  $2\pi$ -periodica, tale che  $f(x) = 3 + |x|$  per  $x \in [-\pi, \pi]$ . Si dica per quali valori di  $x$  la serie converge a  $f(x)$ .

5. Si calcoli l'area della regione piana compresa tra la curva di equazione

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 2 - \sin(2t) \end{cases} \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

e la retta di equazione  $y = 2$ .

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Totale

Analisi e Geometria 2	Ing. Energetica e Meccanica Prof. Cerutti, Schlesinger, Squellati	9 luglio 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

- Le risposte alle domande devono essere scritte su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, solo in caso di necessità, sul retro.
- Ogni risposta deve essere giustificata.

1. Sia  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  e sia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & k \\ 3 & 5 & k & 6 \\ -2 & k & 0 & -4 \end{pmatrix}, \quad k \in \mathbb{R}$$

la matrice che la rappresenta.

- i) Si determinino, al variare di  $k$ , le dimensioni dell'insieme immagine e del nucleo di  $f$ .
- ii) Si determini, al variare di  $k$ , una base dell'insieme immagine di  $f$ .

2. Si determini la soluzione del sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' = 4x + 3y \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$$

che soddisfa la condizione  $x(0) = 2, y(0) = 1$ .

3. Si verifichi che l'equazione

$$f(x, y) = \ln xy + 3x + 2y - 5xy = 0$$

definisce implicitamente in un intorno di  $x = 1$  un'unica funzione  $y = g(x)$ , tale che  $g(1) = 1$ . Per tale funzione si scriva il polinomio di Taylor di secondo grado con centro in  $x = 1$ .



4. Si scriva la serie di Fourier associata alla funzione  $f(x)$ ,  $2\pi$ -periodica, tale che  $f(x) = 3 - |x|$  per  $x \in [-\pi, \pi]$ . Si dica per quali valori di  $x$  la serie converge a  $f(x)$ .

5. Si calcoli l'area della regione piana compresa tra la curva di equazione

$$\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 3 - \sin(2t) \end{cases} \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

e la retta di equazione  $y = 3$ .

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Totale

Analisi e Geometria 2	Ing. Energetica e Meccanica Prof. Cerutti, Schlesinger, Squellati	9 luglio 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

- Le risposte alle domande devono essere scritte su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, solo in caso di necessità, sul retro.
- Ogni risposta deve essere giustificata.

1. Sia  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  e sia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & k \\ -2 & -5 & k & 6 \\ -1 & k & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad k \in \mathbb{R}$$

la matrice che la rappresenta.

- i) Si determinino, al variare di  $k$ , le dimensioni dell'insieme immagine e del nucleo di  $f$ .
- ii) Si determini, al variare di  $k$ , una base dell'insieme immagine di  $f$ .

2. Si determini la soluzione del sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' = 5x - 3y \\ y' = -3x + 5y \end{cases}$$

che soddisfa la condizione  $x(0) = 3, y(0) = 2$ .

3. Si verifichi che l'equazione

$$f(x, y) = \ln xy + 2x - 5y + 3xy = 0$$

definisce implicitamente in un intorno di  $x = 1$  un'unica funzione  $y = g(x)$ , tale che  $g(1) = 1$ . Per tale funzione si scriva il polinomio di Taylor di secondo grado con centro in  $x = 1$ .

4. Si scriva la serie di Fourier associata alla funzione  $f(x)$ ,  $2\pi$ -periodica, tale che  $f(x) = 2 + |x|$  per  $x \in [-\pi, \pi]$ . Si dica per quali valori di  $x$  la serie converge a  $f(x)$ .

5. Si calcoli l'area della regione piana compresa tra la curva di equazione

$$\begin{cases} x = 1 + \sin(2t) \\ y = 4(t - \sin t) \end{cases} \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

e la retta di equazione  $x = 1$ .

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Totale

Analisi e Geometria 2	Ing. Energetica e Meccanica Prof. Cerutti, Schlesinger, Squellati	9 luglio 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

© I seguenti quesiti e il relativo svolgimento sono coperti da diritto d'autore; pertanto essi non possono essere sfruttati a fini commerciali o di pubblicazione editoriale. Ogni abuso sarà perseguito a termini di legge dal titolare del diritto.

- Le risposte alle domande devono essere scritte su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, solo in caso di necessità, sul retro.
- Ogni risposta deve essere giustificata.

1. Sia  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  e sia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & k \\ -3 & 7 & k & 6 \\ 2 & k & 0 & -4 \end{pmatrix}, \quad k \in \mathbb{R}$$

la matrice che la rappresenta.

- i) Si determinino, al variare di  $k$ , le dimensioni dell'insieme immagine e del nucleo di  $f$ .
- ii) Si determini, al variare di  $k$ , una base dell'insieme immagine di  $f$ .



2. Si determini la soluzione del sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' = 2x + 5y \\ y' = 5x + 2y \end{cases}$$

che soddisfa la condizione  $x(0) = 1, y(0) = 3$ .

3. Si verifichi che l'equazione

$$f(x, y) = \ln xy + 4x + y - 5xy = 0$$

definisce implicitamente in un intorno di  $x = 1$  un'unica funzione  $y = g(x)$ , tale che  $g(1) = 1$ . Per tale funzione si scriva il polinomio di Taylor di secondo grado con centro in  $x = 1$ .

4. Si scriva la serie di Fourier associata alla funzione  $f(x)$ ,  $2\pi$ -periodica, tale che  $f(x) = 2 - |x|$  per  $x \in [-\pi, \pi]$ . Si dica per quali valori di  $x$  la serie converge a  $f(x)$ .

5. Si calcoli l'area della regione piana compresa tra la curva di equazione

$$\begin{cases} x = 2 + \sin(2t) \\ y = 3(t - \sin t) \end{cases} \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

e la retta di equazione  $x = 2$ .