Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Totale

Analisi e geometria 2	Primo Appello	
Docente:	17 luglio 2009	
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.
 - 1. (a) Scrivere la definizione di autovettore di una matrice quadrata.
 - (b) Sia $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ la base canonica di \mathbb{R}^3 . Sia $\mathbf{T}: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che

$$T(e_1) = 3e_1 + e_3, \quad T(e_2) = e_2, \quad T(e_3) = e_1 + 3e_3.$$

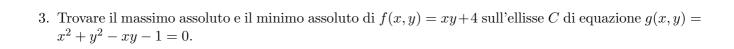
- i. Trovare la matrice ${\bf A}$ che rappresenta ${\bf T}$ rispetto alla base canonica.
- ii. Esistono basi di \mathbb{R}^3 costituite da autovettori di \mathbf{A} a due a due ortogonali tra loro? Se esistono, se ne trovi una. (Non si richiede che gli autovettori scelti siano di lunghezza 1).
- iii. Trovare, se esiste, una matrice ortogonale ${\bf P}$ tale che ${\bf P^{-1}AP}$ sia diagonale.
- iv. Scrivere una matrice diagonale, se esiste, che sia simile alla matrice A.
- v. La matrice A^4 ha una base ortonormale di autovettori? Perché?

$$\mathbf{F}(x, y, z) = -3x(e^z + 1)\mathbf{i} + 2(y + z^2)\mathbf{j} + 3(e^z + z)\mathbf{k},$$

calcolare il flusso Φ di ${\bf F}$ uscente dalla piramide ${\mathcal P}$ avente i vertici in

$$O(0,0,0), \quad A(2,0,0), \quad B(0,4,0), \quad C(0,0,4).$$

(Suggerimento: i punti A, B e C appartengono al piano 2x + y + z = 4.)



4. Si determini il carattere delle seguenti serie, enunciando con precisione il criterio utilizzato:

a)
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n^3 + 2n\log n + \sqrt{n}}{5n^4 + n^2e^{-n} + n + 3} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! \, 3^n}{n^n}$$

$$x''(t) + k^2 x(t) = \cos(t),$$

- (a) Al variare di $k \geq 0$ si risolva l'equazione.
- (b) Nel caso k=1 si dia un'interpretazione fisica del risultato ottenuto.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Totale

Analisi e geometria 2	Primo Appello	
Docente:	17 luglio 2009	
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.
 - 1. (a) Scrivere la definizione di autovettore di una matrice quadrata.
 - (b) Sia $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ la base canonica di \mathbb{R}^3 . Sia $\mathbf{T}: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che

$$T(e_1) = -2e_1 + e_3, \quad T(e_2) = e_2, \quad T(e_3) = e_1 - 2e_3.$$

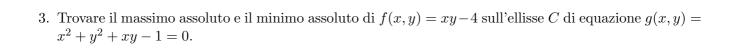
- i. Trovare la matrice ${\bf A}$ che rappresenta ${\bf T}$ rispetto alla base canonica.
- ii. Esistono basi di \mathbb{R}^3 costituite da autovettori di \mathbf{A} a due a due ortogonali tra loro? Se esistono, se ne trovi una. (Non si richiede che gli autovettori scelti siano di lunghezza 1).
- iii. Trovare, se esiste, una matrice ortogonale ${\bf P}$ tale che ${\bf P^{-1}AP}$ sia diagonale.
- iv. Scrivere una matrice diagonale, se esiste, che sia simile alla matrice A.
- v. La matrice A^4 ha una base ortonormale di autovettori? Perché?

$$\mathbf{F}(x, y, z) = 5(x + yz)\mathbf{i} + (3y - 6ye^z)\mathbf{j} + 6(e^z - x)\mathbf{k},$$

calcolare il flusso Φ di ${\bf F}$ uscente dalla piramide ${\mathcal P}$ avente i vertici in

$$O(0,0,0), \quad A(1,0,0), \quad B(0,3,0), \quad C(0,0,6).$$

 $(Suggerimento:\ i\ punti\ A,\ B\ e\ C\ appartengono\ al\ piano\ 6x+2y+z=6.)$



4. Si determini il carattere delle seguenti serie, enunciando con precisione il criterio utilizzato:

a)
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n^2 + 2ne^{-n} + n\log n}{n^4 + n^2\log n + 1} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! \, 2^n}{n^n}$$

$$x''(t) - kx'(t) = 0,$$

- (a) Qual'è la struttura dell'integrale generale dell'equazione precedente?
- (b) Al variare di $k \in \mathbb{R}$ si risolva l'equazione non omogenea

$$x''(t) - kx'(t) = e^{2t}.$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Totale

Analisi e geometria 2	Primo Appello	
Docente:	17 luglio 2009	
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.
 - 1. (a) Scrivere la definizione di autovettore di una matrice quadrata.
 - (b) Sia $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ la base canonica di \mathbb{R}^3 . Sia $\mathbf{T}: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che

$$T(e_1) = -3e_1 + e_3, \quad T(e_2) = e_2, \quad T(e_3) = e_1 - 3e_3.$$

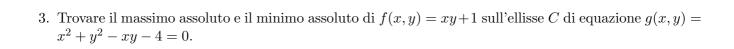
- i. Trovare la matrice ${\bf A}$ che rappresenta ${\bf T}$ rispetto alla base canonica.
- ii. Esistono basi di \mathbb{R}^3 costituite da autovettori di \mathbf{A} a due a due ortogonali tra loro? Se esistono, se ne trovi una. (Non si richiede che gli autovettori scelti siano di lunghezza 1).
- iii. Trovare, se esiste, una matrice ortogonale ${\bf P}$ tale che ${\bf P^{-1}AP}$ sia diagonale.
- iv. Scrivere una matrice diagonale, se esiste, che sia simile alla matrice A.
- v. La matrice \mathbf{A}^4 ha una base ortonormale di autovettori? Perché?

$$\mathbf{F}(x, y, z) = 2(x + y^2)\mathbf{i} + y(e^z + 1)\mathbf{j} - (e^z - z)\mathbf{k},$$

calcolare il flusso Φ di ${\bf F}$ uscente dalla piramide ${\mathcal P}$ avente i vertici in

$$O(0,0,0), \quad A(2,0,0), \quad B(0,6,0), \quad C(0,0,6).$$

(Suggerimento: i punti A, B e C appartengono al piano 3x + y + z = 6.)



4. Si determini il carattere della seguenti serie, enunciando con precisione il criterio utilizzato:

a)
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+2n^2+e^{-n}}{n^3+n^2\log n+5}$$
 b)
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{n! \, 2^n}$$

$$x''(t) + k^2 x(t) = \sin(2t),$$

- (a) Al variare di $k \geq 0$ si risolva l'equazione.
- (b) Nel caso k=2, si dia un'interpretazione fisica del risultato ottenuto.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Totale

Analisi e geometria 2	Primo Appello	
Docente:	17 luglio 2009	
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.
 - 1. (a) Scrivere la definizione di autovettore di una matrice quadrata.
 - (b) Sia $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ la base canonica di \mathbb{R}^3 . Sia $\mathbf{T}: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che

$$T(e_1) = 4e_1 + e_3, T(e_2) = e_2, T(e_3) = e_1 + 4e_3.$$

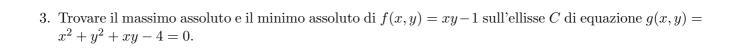
- i. Trovare la matrice ${\bf A}$ che rappresenta ${\bf T}$ rispetto alla base canonica.
- ii. Esistono basi di \mathbb{R}^3 costituite da autovettori di \mathbf{A} a due a due ortogonali tra loro? Se esistono, se ne trovi una. (Non si richiede che gli autovettori scelti siano di lunghezza 1).
- iii. Trovare, se esiste, una matrice ortogonale ${\bf P}$ tale che ${\bf P^{-1}AP}$ sia diagonale.
- iv. Scrivere una matrice diagonale, se esiste, che sia simile alla matrice A.
- v. La matrice A^4 ha una base ortonormale di autovettori? Perché?

$$\mathbf{F}(x, y, z) = -2x(e^z - e^y)\mathbf{i} + (ye^z - 2e^y)\mathbf{j} + (e^z + 3z)\mathbf{k},$$

calcolare il flusso Φ di ${\bf F}$ uscente dalla piramide ${\mathcal P}$ avente i vertici in

$$O(0,0,0), \quad A(1,0,0), \quad B(0,1,0), \quad C(0,0,2).$$

 $(Suggerimento:\ i\ punti\ A,\ B\ e\ C\ appartengono\ al\ piano\ 2x+2y+z=2.)$



4. Si determini il carattere delle seguenti serie, enunciando con precisione il criterio utilizzato:

a)
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3 + 2n^2 + e^{-n}}{n^5 + n^2 \log n + 3} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{n! \, 3^n}$$

$$x''(t) + kx'(t) = 0,$$

- (a) Qual'è la struttura dell'integrale generale dell'equazione precedente?
- (b) Al variare di $k \in \mathbb{R}$ si risolva l'equazione non omogenea

$$x''(t) + kx'(t) = e^{-t}.$$