

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Prima Prova in Itinere 26-04-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

- Sia V uno spazio vettoriale reale di dimensione finita e sia $f : V \rightarrow V$ un'applicazione lineare iniettiva. È possibile che f non sia suriettiva? (Motivare la risposta).
 - Sia M lo spazio vettoriale delle matrici reali 2×2 . La funzione $g : M \rightarrow M$ definita da $g(A) = A^2 + A$ è lineare? (Motivare la risposta).
 - Sia $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'operatore lineare definito da

$$h([x, y, z]^T) = [-x + 2y + z, x - 2y, x - 2y + z]^T.$$

Determinare la dimensione e una base per il nucleo e per l'immagine di h .

2. (a) Si dia la definizione di autovettore di una matrice quadrata.

(b) Trovare gli eventuali valori di k per i quali $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ è autovettore

della matrice $\begin{bmatrix} 10 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

(c) Sia $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$. Trovare gli autovalori e gli autovettori di A , e, se possibile, una base ortonormale di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di A .

3. (a) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' + x' - 2x = 1$.
- (b) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' + x' - 2x = e^{2t}$.
- (c) Risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{cases} x'' + x' - 2x = 1 + e^{2t} \\ x(0) = 1 \\ x'(0) = 0 \end{cases}$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Prima Prova in Itinere 26-04-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

- Sia V uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{K} e sia $f : V \rightarrow V$ un'applicazione lineare suriettiva. È possibile che f non sia iniettiva (motivare la risposta)?
 - Sia M lo spazio vettoriale delle matrici reali 2×2 . L'operatore $g : M \rightarrow M$ definito da $g(A) = A + A^3$ è lineare (motivare la risposta)?
 - Sia $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'operatore lineare definito da

$$h([x, y, z]^T) = [x + y - z, y - z, x + y - z]^T.$$

Determinare la dimensione e una base per $\text{Ker}(h)$ e per $\text{Im}(h)$.

2. (a) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' - 3x' + 2x = -\frac{1}{2}$.
- (b) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' - 3x' + 2x = e^{-2t}$.
- (c) Risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{cases} x'' - 3x' + 2x = -\frac{1}{2} + e^{-2t} \\ x(0) = 0 \\ x'(0) = 1 \end{cases}$$

3. (a) Si dia la definizione di autovettore di una matrice quadrata.

(b) Trovare gli eventuali valori di k per i quali $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ è autovettore

della matrice $\begin{bmatrix} 9 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

(c) Sia $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$. Trovare gli autovalori e gli autovettori di A ,
e, se possibile, una base ortonormale di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di A .

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Prima Prova in Itinere 26-04-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

1. (a) Sia V uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{K} e sia $f : V \rightarrow V$ un'applicazione lineare iniettiva. È possibile che f non sia suriettiva (motivare la risposta)?
- (b) Sia M lo spazio vettoriale delle matrici reali 2×2 . L'operatore $g : M \rightarrow M$ definito da $g(A) = A^2 + A^4$ è lineare (motivare la risposta)?
- (c) Sia $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'operatore lineare definito da

$$h([x, y, z]^T) = [x - 2y + z, x - 2y, x - 2y + z]^T.$$

Determinare la dimensione e una base per $\text{Ker}(h)$ e per $\text{Im}(h)$.

2. (a) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' + 3x' + 2x = \frac{1}{3}$.
- (b) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' + 3x' + 2x = e^{2t}$.
- (c) Risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{cases} x'' + 3x' + 2x = \frac{1}{3} + e^{2t} \\ x(0) = -1 \\ x'(0) = 1 \end{cases}$$

3. (a) Si dia la definizione di autovettore di una matrice quadrata.

(b) Trovare gli eventuali valori di k per i quali $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ è autovettore

della matrice $\begin{bmatrix} 8 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

(c) Sia $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Trovare gli autovalori e gli autovettori di A ,
e, se possibile, una base ortonormale di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di A .

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Prima Prova in Itinere 26-04-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

- Sia V uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{K} e sia $f : V \rightarrow V$ un'applicazione lineare suriettiva. È possibile che f non sia iniettiva (motivare la risposta)?
 - Sia M lo spazio vettoriale delle matrici reali 2×2 . L'operatore $g : M \rightarrow M$ definito da $g(A) = A^5 + A$ è lineare (motivare la risposta)?
 - Sia $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'operatore lineare definito da

$$h([x, y, z]^T) = [x + y - 2z, y - 2z, x + y - 2z]^T.$$

Determinare la dimensione e una base per $\text{Ker}(h)$ e per $\text{Im}(h)$.

2. (a) Si dia la definizione di autovettore di una matrice quadrata.

(b) Trovare gli eventuali valori di k per i quali $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ è autovettore

della matrice $\begin{bmatrix} 6 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

(c) Sia $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 9 & -3 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$. Trovare gli autovalori e gli autovettori di A , e, se possibile, una base ortonormale di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di A .

3. (a) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' - x' - 2x = -\frac{1}{4}$.
- (b) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' - x' - 2x = e^{-2t}$.
- (c) Risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{cases} x'' - x' - 2x = -\frac{1}{4} + e^{-2t} \\ x(0) = 0 \\ x'(0) = -1 \end{cases}$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Prima Prova in Itinere 26-04-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

1. (a) Sia V uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{K} e sia $f : V \rightarrow V$ un'applicazione lineare iniettiva. È possibile che f non sia suriettiva (motivare la risposta)?
- (b) Sia M lo spazio vettoriale delle matrici reali 2×2 . L'operatore $g : M \rightarrow M$ definito da $g(A) = A^2 + A^6$ è lineare (motivare la risposta)?
- (c) Sia $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'operatore lineare definito da

$$h([x, y, z]^T) = [-x + 2y + z, -x + 2y, -x + 2y + z]^T.$$

Determinare la dimensione e una base per $\text{Ker}(h)$ e per $\text{Im}(h)$.

2. (a) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' + 2x' - 3x = 1$.
- (b) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' + 2x' - 3x = e^{3t}$.
- (c) Risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{cases} x'' + 2x' - 3x = 1 + e^{3t} \\ x(0) = 1 \\ x'(0) = 1 \end{cases}$$

3. (a) Si dia la definizione di autovettore di una matrice quadrata.

(b) Trovare gli eventuali valori di k per i quali $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ è autovettore

della matrice $\begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

(c) Sia $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 4 \end{bmatrix}$. Trovare gli autovalori e gli autovettori di A , e, se possibile, una base ortonormale di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di A .

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Prima Prova in Itinere 26-04-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

- Sia V uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{K} e sia $f : V \rightarrow V$ un'applicazione lineare suriettiva. È possibile che f non sia iniettiva (motivare la risposta)?
 - Sia M lo spazio vettoriale delle matrici reali 2×2 . L'operatore $g : M \rightarrow M$ definito da $g(A) = A^T + A$ è lineare (motivare la risposta)?
 - Sia $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'operatore lineare definito da

$$h([x, y, z]^T) = [x - y + 2z, -y + 2z, x - y + 2z]^T.$$

Determinare la dimensione e una base per $\text{Ker}(h)$ e per $\text{Im}(h)$.

2. (a) Si dia la definizione di autovettore di una matrice quadrata.

(b) Trovare gli eventuali valori di k per i quali $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ è autovettore

della matrice $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

(c) Sia $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$. Trovare gli autovalori e gli autovettori di A , e, se possibile, una base ortonormale di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di A .

3. (a) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' - 4x' + 3x = \frac{1}{2}$.
- (b) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' - 4x' + 3x = e^{-3t}$.
- (c) Risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{cases} x'' - 4x' + 3x = \frac{1}{2} + e^{-3t} \\ x(0) = -1 \\ x'(0) = 1 \end{cases}$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Prima Prova in Itinere 26-04-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

- Sia V uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{K} e sia $f : V \rightarrow V$ un'applicazione lineare iniettivo. È possibile che f non sia suriettivo (motivare la risposta)?
 - Sia M lo spazio vettoriale delle matrici reali 2×2 . L'operatore $g : M \rightarrow M$ definito da $g(A) = A^2 + A^8$ è lineare (motivare la risposta)?
 - Sia $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'operatore lineare definito da

$$h([x, y, z]^T) = [-x + 3y + z, -x + 3y, -x + 3y + z]^T.$$

Determinare la dimensione e una base per $\text{Ker}(h)$ e per $\text{Im}(h)$.

2. (a) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' - 2x' - 3x = -\frac{1}{3}$.
- (b) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' - 2x' - 3x = e^{-3t}$.
- (c) Risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{cases} x'' - 2x' - 3x = -\frac{1}{3} + e^{-3t} \\ x(0) = \frac{1}{4} \\ x'(0) = \frac{1}{4} \end{cases}$$

3. (a) Si dia la definizione di autovettore di una matrice quadrata.

(b) Trovare gli eventuali valori di k per i quali $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ è autovettore

della matrice $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

(c) Sia $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & 9 & -3 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$. Trovare gli autovalori e gli autovettori di A , e, se possibile, una base ortonormale di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di A .

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Prima Prova in Itinere 26-04-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

- Sia V uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{K} e sia $f : V \rightarrow V$ un'applicazione lineare suriettiva. È possibile che f non sia iniettiva (motivare la risposta)?
 - Sia M lo spazio vettoriale delle matrici reali 2×2 . L'operatore $g : M \rightarrow M$ definito da $g(A) = A^9 + A$ è lineare (motivare la risposta)?
 - Sia $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'operatore lineare definito da

$$h([x, y, z]^T) = [x - y + 3z, -y + 3z, x - y + 3z]^T.$$

Determinare la dimensione e una base per $\text{Ker}(h)$ e per $\text{Im}(h)$.

2. (a) Si dia la definizione di autovettore di una matrice quadrata.

(b) Trovare gli eventuali valori di k per i quali $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ è autovettore

della matrice $\begin{bmatrix} -4 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

(c) Sia $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -3 \\ 3 & -3 & 9 \end{bmatrix}$. Trovare gli autovalori e gli autovettori di A , e, se possibile, una base ortonormale di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di A .

3. (a) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' + 4x' + 3x = -1$.
- (b) Trovare la soluzione generale dell'equazione $x'' + 4x' + 3x = e^{3t}$.
- (c) Risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{cases} x'' + 4x' + 3x = -1 + e^{3t} \\ x(0) = -\frac{1}{2} \\ x'(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$