

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Seconda Prova in Itinere 2-07-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

- (a) Dare la definizione di campo conservativo.
(b) Stabilire se il campo vettoriale

$$\mathbf{v}(x, y) = ((1 + x^3)x^3y + 2 \cos x) \mathbf{i} + \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^7}{7} + \sin y \right) \mathbf{j}$$

è conservativo dove esso è definito, e, nel caso fosse conservativo, determinarne un potenziale.

- Calcolare il lavoro del campo lungo l'ellisse di equazione $x^2 + 9y^2 = 1$, percorsa una volta in senso antiorario a partire dal punto $P = (1, 0)$.

Soluzione:

(a) ...

(b) Un potenziale è $U(x, y) = \frac{x^4y}{4} + \frac{x^7y}{7} + 2 \sin x - \cos y$.

(c) 0.

2. Si consideri la funzione $f(x, y) = \log(x^2 - y^2 - 1)$.

- (a) Qual è il dominio di $f(x, y)$? Lo si descriva analiticamente e lo si disegni nel piano cartesiano.
- (b) La funzione $f(x, y)$ è differenziabile nel suo dominio? Giustificare la risposta.
- (c) Scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(2, 1, f(2, 1))$.
- (d) La curva di livello $f(x, y) = f(2, 1)$ è una curva regolare in un intorno di $(2, 1)$? In caso affermativo, scrivere l'equazione della retta tangente a tale curva in $(2, 1)$.

Soluzione:

(a) $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 - 1 > 0\}, \dots$

(b) ...

(c) $2x - y - z - 3 + \log 2 = 0$.

(d) $2x - y - 3 = 0$.

3. (a) Enunciare il teorema del rotore nello spazio.
- (b) Sia dato il campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = y\mathbf{i} + 2x^3\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$, e sia S la porzione della superficie di equazione $z = 2 - x^6 - y^6$ che si proietta nel dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$, orientata verso l'alto. Calcolare il flusso del rotore di \mathbf{F} attraverso S in due modi distinti:
- utilizzando direttamente la definizione di flusso;
 - utilizzando il teorema del rotore.

Soluzione:

(a) ...

(b) i. Il rotore del campo \mathbf{F} è

$$\operatorname{rot}\mathbf{F}(x, y, z) = \det \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ y & 2x^3 & 6 \end{bmatrix} = (6x^2 - 1)\mathbf{k}.$$

La superficie S è data in forma cartesiana $z = g(x, y) = 2 - x^6 - y^6$, con $x^2 + y^2 \leq 1$, quindi, rispettando l'orientazione "verso l'alto", si ha

$$\mathbf{n} dS = \left(-\frac{\partial g(x, y)}{\partial x} \mathbf{i} - \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} \mathbf{j} + \mathbf{k} \right) dx dy = (6x^5 \mathbf{i} + 6y^5 \mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy.$$

Abbiamo dunque:

$$\begin{aligned} \Phi_S(\operatorname{rot}\mathbf{F}) &= \iint_S \operatorname{rot}\mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS \\ &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} (6x^2 - 1)\mathbf{k} \cdot (6x^5 \mathbf{i} + 6y^5 \mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy \\ &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} (6x^2 - 1) dx dy \\ &= 6 \iint_{[0,1] \times [0,2\pi]} \rho^3 \cos^2 \vartheta d\rho d\vartheta - \iint_{x^2+y^2 \leq 1} dx dy \\ &= 6 \int_0^1 \rho^3 d\rho \int_0^{2\pi} \cos^2 \vartheta d\vartheta - \pi \\ &= 6 \frac{1}{4} \pi - \pi \\ &= \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

ii. La curva ∂S ha una parametrizzazione regolare \mathbf{r} con derivata \mathbf{r}' :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= (\cos t, \sin t, 2 - \cos^6 t - \sin^6 t); \\ \mathbf{r}'(t) &= (-\sin t, \cos t, 6 \cos^5 t \sin t - 6 \sin^5 t \cos t). \end{aligned}$$

Poiché S è orientata "verso l'alto", il bordo ∂S è percorso in "senso antiorario", e si ha:

$$\begin{aligned} W_{\partial S}(\mathbf{F}) &= \oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot \mathbf{t} ds \\ &= \int_0^{2\pi} \mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) dt \\ &= \int_0^{2\pi} ((\sin t)\mathbf{i} + (2 \cos^3 t)\mathbf{j} + 6\mathbf{k}) \cdot ((-\sin t)\mathbf{i} + (\cos t)\mathbf{j} + (6 \cos^5 t \sin t - 6 \sin^5 t \cos t)\mathbf{k}) dt \\ &= \int_0^{2\pi} (-\sin^2 t + 2 \cos^4 t + 36 \cos^5 t \sin t - 36 \sin^5 t \cos t) dt \\ &= \int_0^{2\pi} (-\sin^2 t + 2 \cos^4 t) dt + 0 \\ &= \dots \\ &= \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Seconda Prova in Itinere 2-07-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

- (a) Dare la definizione di campo conservativo.
(b) Stabilire se il campo vettoriale

$$\mathbf{v}(x, y) = \left(\frac{y^3}{3} + \frac{y^8}{8} + 3 \sin x \right) \mathbf{i} + (x(1 + y^5)y^2 - \cos y) \mathbf{j}$$

è conservativo dove esso è definito, e, nel caso fosse conservativo, determinarne un potenziale.

- (c) Calcolare il lavoro del campo lungo l'ellisse di equazione $x^2 + 9y^2 = 1$, percorsa una volta in senso antiorario a partire dal punto $P = (1, 0)$.

Soluzione:

(a) ...

(b) Un potenziale è $U(x, y) = \frac{xy^3}{3} + \frac{xy^8}{8} - 3 \cos x - \sin y$.

(c) 0

2. Si consideri la funzione $f(x, y) = \log(y^2 - x^2 - 1)$.

- (a) Qual è il dominio di $f(x, y)$? Lo si descriva analiticamente e lo si disegni nel piano cartesiano.
- (b) La funzione $f(x, y)$ è differenziabile nel suo dominio? Giustificare la risposta.
- (c) Scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(1, 2, f(1, 2))$.
- (d) La curva di livello $f(x, y) = f(1, 2)$ è una curva regolare in un intorno di $(1, 2)$? In caso affermativo, scrivere l'equazione della retta tangente a tale curva in $(1, 2)$.

Soluzione:

(a) $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 - x^2 - 1 > 0\}, \dots$

(b) ...

(c) $x - 2y + z + 3 - \log 2 = 0$.

(d) $x - 2y + 3 = 0$.

3. (a) Enunciare il teorema del rotore nello spazio.
- (b) Sia dato il campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = -y^3\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, e sia S la porzione della superficie di equazione $z = 4 - x^6 - y^6$ che si proietta nel dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$, orientata verso l'alto. Calcolare il flusso del rotore di \mathbf{F} attraverso S in due modi distinti:
- utilizzando direttamente la definizione di flusso;
 - utilizzando il teorema del rotore.

Soluzione:

(a) ...

(b) i. Il rotore del campo \mathbf{F} è

$$\operatorname{rot}\mathbf{F}(x, y, z) = \det \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ -y^3 & 2x & 4 \end{bmatrix} = (2 + 3y^2)\mathbf{k}.$$

La superficie S è data in forma cartesiana $z = g(x, y) = 4 - x^6 - y^6$, con $x^2 + y^2 \leq 1$, quindi, rispettando l'orientazione "verso l'alto", si ha

$$\mathbf{n} dS = \left(-\frac{\partial g(x, y)}{\partial x} \mathbf{i} - \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} \mathbf{j} + \mathbf{k} \right) dx dy = (6x^5\mathbf{i} + 6y^5\mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy.$$

Abbiamo dunque:

$$\begin{aligned} \Phi_S(\operatorname{rot}\mathbf{F}) &= \iint_S \operatorname{rot}\mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS \\ &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} (2 + 3y^2)\mathbf{k} \cdot (6x^5\mathbf{i} + 6y^5\mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy \\ &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} (2 + 3y^2) dx dy \\ &= 2 \iint_{x^2+y^2 \leq 1} dx dy + 3 \iint_{[0,1] \times [0,2\pi]} \rho^3 \sin^2 \vartheta d\rho d\vartheta \\ &= 2\pi + 3 \int_0^1 \rho^3 d\rho \int_0^{2\pi} \sin^2 \vartheta d\vartheta \\ &= 2\pi + 3 \frac{1}{4} \pi \\ &= \frac{11}{4} \pi \end{aligned}$$

ii. La curva ∂S ha una parametrizzazione regolare \mathbf{r} con derivata \mathbf{r}' :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= (\cos t, \sin t, 4 - \cos^6 t - \sin^6 t); \\ \mathbf{r}'(t) &= (-\sin t, \cos t, 6 \cos^5 t \sin t - 6 \sin^5 t \cos t). \end{aligned}$$

Poiché S è orientata "verso l'alto", il bordo ∂S è percorso in "senso antiorario", e si ha:

$$\begin{aligned} W_{\partial S}(\mathbf{F}) &= \oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot \mathbf{t} ds \\ &= \int_0^{2\pi} \mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) dt \\ &= \int_0^{2\pi} ((-\sin^3 t)\mathbf{i} + (2 \cos t)\mathbf{j} + 4\mathbf{k}) \cdot ((-\sin t)\mathbf{i} + (\cos t)\mathbf{j} + (6 \cos^5 t \sin t - 6 \sin^5 t \cos t)\mathbf{k}) dt \\ &= \int_0^{2\pi} (\sin^4 t + 2 \cos^2 t + 24 \cos^5 t \sin t - 24 \sin^5 t \cos t) dt \\ &= \int_0^{2\pi} (\sin^4 t + 2 \cos^2 t) dt + 0 \\ &= \dots \\ &= \frac{11}{4} \pi \end{aligned}$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Seconda Prova in Itinere 2-07-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

- (a) Dare la definizione di campo conservativo.
(b) Stabilire se il campo vettoriale

$$\mathbf{v}(x, y) = ((1+x)x^4y + 4 \cos x) \mathbf{i} + \left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^6}{6} + \cos y \right) \mathbf{j}$$

è conservativo dove esso è definito, e, nel caso fosse conservativo, determinarne un potenziale.

- (c) Calcolare il lavoro del campo lungo l'ellisse di equazione $x^2 + 9y^2 = 1$, percorsa una volta in senso antiorario a partire dal punto $P = (1, 0)$.

Soluzione:

(a) -

(b) Un potenziale è $U(x, y) = \frac{x^5y}{5} + \frac{x^6y}{6} + 4 \sin x + \sin y$.

(c) 0

2. Si consideri la funzione $f(x, y) = \log(1 - x^2 + y^2)$.

- (a) Qual è il dominio di $f(x, y)$? Lo si descriva analiticamente e lo si disegni nel piano cartesiano.
- (b) La funzione $f(x, y)$ è differenziabile nel suo dominio? Giustificare la risposta.
- (c) Scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(1, 2, f(1, 2))$.
- (d) La curva di livello $f(x, y) = f(1, 2)$ è una curva regolare in un intorno di $(1, 2)$? In caso affermativo, scrivere l'equazione della retta tangente a tale curva in $(1, 2)$.

Soluzione:

(a) $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 - x^2 + y^2 > 0\}, \dots$

(b) ...

(c) $x - 2y + 2z + 3 - 4 \log 2 = 0$.

(d) $x - 2y + 3 = 0$.

3. (a) Enunciare il teorema del rotore nello spazio.
- (b) Sia dato il campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = -2y^3\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$, e sia S la porzione della superficie di equazione $z = 5 - x^6 - y^6$ che si proietta nel dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$, orientata verso l'alto. Calcolare il flusso del rotore di \mathbf{F} attraverso S in due modi distinti:
- utilizzando direttamente la definizione di flusso;
 - utilizzando il teorema del rotore.

Soluzione:

(a) ...

(b) i. Il rotore del campo \mathbf{F} è

$$\operatorname{rot}\mathbf{F}(x, y, z) = \det \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ -2y^3 & x & 5 \end{bmatrix} = (1 + 6y^2)\mathbf{k}.$$

La superficie S è data in forma cartesiana $z = g(x, y) = 5 - x^6 - y^6$, con $x^2 + y^2 \leq 1$, quindi, rispettando l'orientazione "verso l'alto", si ha

$$\mathbf{n} dS = \left(-\frac{\partial g(x, y)}{\partial x} \mathbf{i} - \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} \mathbf{j} + \mathbf{k} \right) dx dy = (6x^5\mathbf{i} + 6y^5\mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy.$$

Abbiamo dunque:

$$\begin{aligned} \Phi_S(\operatorname{rot}\mathbf{F}) &= \iint_S \operatorname{rot}\mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS \\ &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} (1 + 6y^2)\mathbf{k} \cdot (6x^5\mathbf{i} + 6y^5\mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy \\ &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} (1 + 6y^2) dx dy \\ &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} dx dy + 6 \iint_{[0,1] \times [0,2\pi]} \rho^3 \sin^2 \vartheta d\rho d\vartheta \\ &= \pi + 6 \int_0^1 \rho^3 d\rho \int_0^{2\pi} \sin^2 \vartheta d\vartheta \\ &= \pi + 6 \frac{1}{4} \pi \\ &= \frac{5}{2} \pi \end{aligned}$$

ii. La curva ∂S ha una parametrizzazione regolare \mathbf{r} con derivata \mathbf{r}' :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= (\cos t, \sin t, 5 - \cos^6 t - \sin^6 t); \\ \mathbf{r}'(t) &= (-\sin t, \cos t, 6 \cos^5 t \sin t - 6 \sin^5 t \cos t). \end{aligned}$$

Poiché S è orientata "verso l'alto", il bordo ∂S è percorso in "senso antiorario", e si ha:

$$\begin{aligned} W_{\partial S}(\mathbf{F}) &= \oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot \mathbf{t} ds \\ &= \int_0^{2\pi} \mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) dt \\ &= \int_0^{2\pi} ((-2 \sin^3 t)\mathbf{i} + (\cos t)\mathbf{j} + 5\mathbf{k}) \cdot ((-\sin t)\mathbf{i} + (\cos t)\mathbf{j} + (6 \cos^5 t \sin t - 6 \sin^5 t \cos t)\mathbf{k}) dt \\ &= \int_0^{2\pi} (2 \sin^4 t + \cos^2 t + 30 \cos^5 t \sin t - 30 \sin^5 t \cos t) dt \\ &= \int_0^{2\pi} (2 \sin^4 t + \cos^2 t) dt + 0 \\ &= \dots \\ &= \frac{5}{2} \pi \end{aligned}$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Seconda Prova in Itinere 2-07-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

- (a) Dare la definizione di campo conservativo.
- (b) Stabilire se il campo vettoriale

$$\mathbf{v}(x, y) = \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^9}{9} + 5 \sin x \right) \mathbf{i} + (x(1 + y^7)y - \sin y) \mathbf{j}$$

è conservativo dove esso è definito, e, nel caso fosse conservativo, determinarne un potenziale.

- (c) Calcolare il lavoro del campo lungo l'ellisse di equazione $x^2 + 9y^2 = 1$, percorsa una volta in senso antiorario a partire dal punto $P = (1, 0)$.

Soluzione:

(a) -

(b) Un potenziale è $U(x, y) = \frac{xy^2}{2} + \frac{xy^9}{9} - 5 \cos x + \cos y$.

(c) 0

2. Si consideri la funzione $f(x, y) = \log(1 + x^2 - y^2)$.

- (a) Qual è il dominio di $f(x, y)$? Lo si descriva analiticamente e lo si disegni nel piano cartesiano.
- (b) La funzione $f(x, y)$ è differenziabile nel suo dominio? Giustificare la risposta.
- (c) Scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(2, 1, f(2, 1))$.
- (d) La curva di livello $f(x, y) = f(2, 1)$ è una curva regolare in un intorno di $(2, 1)$? In caso affermativo, scrivere l'equazione della retta tangente a tale curva in $(2, 1)$.

Soluzione:

(a) $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 + x^2 - y^2 > 0\}, \dots$

(b) ...

(c) $2x - y - 2z - 3 + 4 \log 2 = 0$.

(d) $2x - y - 3 = 0$.

3. (a) Enunciare il teorema del rotore nello spazio.
- (b) Sia dato il campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = 2y\mathbf{i} + x^3\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, e sia S la porzione della superficie di equazione $z = 3 - x^6 - y^6$ che si proietta nel dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$, orientata verso l'alto. Calcolare il flusso del rotore di \mathbf{F} attraverso S in due modi distinti:
- utilizzando direttamente la definizione di flusso;
 - utilizzando il teorema del rotore.

Soluzione:

(a) ...

(b) i. Il rotore del campo \mathbf{F} è

$$\operatorname{rot}\mathbf{F}(x, y, z) = \det \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ 2y & x^3 & 3 \end{bmatrix} = (3x^2 - 2)\mathbf{k}.$$

La superficie S è data in forma cartesiana $z = g(x, y) = 3 - x^6 - y^6$, con $x^2 + y^2 \leq 1$, quindi, rispettando l'orientazione "verso l'alto", si ha

$$\mathbf{n} dS = \left(-\frac{\partial g(x, y)}{\partial x} \mathbf{i} - \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} \mathbf{j} + \mathbf{k} \right) dx dy = (6x^5 \mathbf{i} + 6y^5 \mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy.$$

Abbiamo dunque:

$$\begin{aligned} \Phi_S(\operatorname{rot}\mathbf{F}) &= \iint_S \operatorname{rot}\mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS \\ &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} (3x^2 - 2)\mathbf{k} \cdot (6x^5 \mathbf{i} + 6y^5 \mathbf{j} + \mathbf{k}) dx dy \\ &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} (3x^2 - 2) dx dy \\ &= 3 \iint_{[0,1] \times [0,2\pi]} \rho^3 \cos^2 \vartheta d\rho d\vartheta - 2 \iint_{x^2+y^2 \leq 1} dx dy \\ &= 3 \int_0^1 \rho^3 d\rho \int_0^{2\pi} \cos^2 \vartheta d\vartheta - 2\pi \\ &= 3 \frac{1}{4} \pi - 2\pi \\ &= -\frac{5}{4} \pi \end{aligned}$$

ii. La curva ∂S ha una parametrizzazione regolare \mathbf{r} con derivata \mathbf{r}' :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= (\cos t, \sin t, 3 - \cos^6 t - \sin^6 t); \\ \mathbf{r}'(t) &= (-\sin t, \cos t, 6 \cos^5 t \sin t - 6 \sin^5 t \cos t). \end{aligned}$$

Poiché S è orientata "verso l'alto", il bordo ∂S è percorso in "senso antiorario", e si ha:

$$\begin{aligned} W_{\partial S}(\mathbf{F}) &= \oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot \mathbf{t} ds \\ &= \int_0^{2\pi} \mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) dt \\ &= \int_0^{2\pi} ((2 \sin t)\mathbf{i} + (\cos^3 t)\mathbf{j} + 3\mathbf{k}) \cdot ((-\sin t)\mathbf{i} + (\cos t)\mathbf{j} + (6 \cos^5 t \sin t - 6 \sin^5 t \cos t)\mathbf{k}) dt \\ &= \int_0^{2\pi} (-2 \sin^2 t + \cos^4 t + 18 \cos^5 t \sin t - 18 \sin^5 t \cos t) dt \\ &= \int_0^{2\pi} (-2 \sin^2 t + \cos^4 t) dt + 0 \\ &= \dots \\ &= -\frac{5}{4} \pi \end{aligned}$$