

Cognome: _____

Matricola: _____

Nome: _____

Compito A

Es. 1: 6 punti	Es. 2: 12 punti	Es. 3: 6 punti	Es. 4: 6 punti	Teoria: 3 punti	Totale

1. Si consideri, nel campo complesso \mathbb{C} , l'equazione $z^4 + 2z = 0$.

(a) Scrivere tutte le soluzioni nella forma $a + ib$, con $a, b \in \mathbb{R}$.

(b) Sia \hat{z} la soluzione tale che $\mathbf{Re}(\hat{z}) > 0$ e $\mathbf{Im}(\hat{z}) < 0$. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} \left(\left| \frac{\mathbf{Re}(\hat{z})}{\mathbf{Im}(\hat{z})} \right|^n + 1 \right).$$

2. Studiare la funzione definita da

$$f(x) = \arctan \frac{|x| + 4}{x - 4}.$$

In particolare, dire se f ammette punti di massimo o minimo *assoluti*.

(Dominio di f , eventuali simmetrie, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, f' , derivabilità di f , punti di massimo e minimo, segno di f'' , zeri di f'' e punti di flesso, grafico di f .)

3. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - 5y(x) = 25e^{1-5x} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

(a) Calcolare la soluzione $y(x)$.

(b) Calcolare il polinomio di MacLaurin di ordine 3 di $y(x)$.

4. Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 1 - \cos t + (2 - t) \sin t \\ y = \sin t + (2 - t) \cos t \\ z = \frac{1}{2}(2 - t)^2 \end{cases} \quad t \in [-2, 2].$$

(a) Calcolare la lunghezza di γ .

(b) Calcolare i versori tangente, normale e binormale nel punto $P_0 \equiv (0, 2, 2)$.

(c) Calcolare le equazioni del piano individuato dai versori tangente e binormale nel punto P_0 .

5. Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange.

Istruzioni: Gli esercizi vanno svolti in dettaglio e le risposte devono essere motivate.

Punteggio minimo per superare la prova: 18 punti.

Tempo: due ore e un quarto.

Cognome: _____

Matricola: _____

Nome: _____

Compito B

Es. 1: 6 punti	Es. 2: 12 punti	Es. 3: 6 punti	Es. 4: 6 punti	Teoria: 3 punti	Totale

1. Si consideri, nel campo complesso \mathbb{C} , l'equazione $z^4 + 3z = 0$.

(a) Scrivere tutte le soluzioni nella forma $a + ib$, con $a, b \in \mathbb{R}$.

(b) Sia \hat{z} la soluzione tale che $\mathbf{Re}(\hat{z}) > 0$ e $\mathbf{Im}(\hat{z}) < 0$. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{3} \left(\left| \frac{\mathbf{Re}(\hat{z})}{\mathbf{Im}(\hat{z})} \right|^n + 1 \right).$$

2. Studiare la funzione definita da

$$f(x) = \arctan \frac{|x| + 5}{x - 5}.$$

In particolare, dire se f ammette punti di massimo o minimo *assoluti*.

(Dominio di f , eventuali simmetrie, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, f' , derivabilità di f , punti di massimo e minimo, segno di f'' , zeri di f'' e punti di flesso, grafico di f .)

3. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - 4y(x) = 16e^{1-4x} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

(a) Calcolare la soluzione $y(x)$.

(b) Calcolare il polinomio di MacLaurin di ordine 3 di $y(x)$.

4. Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 1 - \cos t + (4 - t) \sin t \\ y = \sin(t) + (4 - t) \cos t \\ z = \frac{1}{2}(4 - t)^2 \end{cases} \quad t \in [-4, 4].$$

(a) Calcolare la lunghezza di γ .

(b) Calcolare i versori tangente, normale e binormale nel punto $P_0 = (0, 4, 8)$.

(c) Calcolare le equazioni del piano individuato dai versori tangente e binormale nel punto P_0 .

5. Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange.

Istruzioni: Gli esercizi vanno svolti in dettaglio e le risposte devono essere motivate.

Punteggio minimo per superare la prova: 18 punti.

Tempo: due ore e un quarto.