

Analisi Matematica II (4 Settembre 2021)

Alcune domande sono a risposta multipla (quadrati) e alcune domande sono a risposta singola (cerchi).

Tempo: 1 ora.

* Questo modulo registrerà il tuo nome, inserire il nome.

1. Domanda a risposta multipla (3 punti)

La funzione

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{1 + x^6 + y^6} \log(1 + x^4 + y^4)$$

sull'insieme

$$\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 2x \leq 0, y \geq x^2\}$$

ammette certamente

- ammette almeno un punto di massimo assoluto
- ammette almeno un punto di minimo assoluto
- ammette almeno uno zero
- ammette valori negativi
- ha come valore massimo $\geq \frac{\sqrt{2}}{3} \log 3$
- ha come valore minimo 1
- non si annulla mai

2. Domanda a risposta singola
(4 punti)

Il valore della derivata direzionale della funzione

$$f(x, y, z) = \log(xyz)$$

nel punto $\mathbf{x}_0 = (-1, 1, -1)$ lungo il versore $\mathbf{v} = \frac{1}{5}(0, 3, 4)$ è

- 0
- $\frac{1}{5}$
- $-\frac{1}{5}$
- $\frac{7}{5}$
- $-\frac{7}{5}$
- nessuna delle risposte precedenti

3. Domanda a risposta multipla
(4 punti)

La funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^3 - y^3 - 3x + 3y,$$

ammette

- quattro punti critici
- quattro punti di sella
- due punti estremanti
- $(0, 0)$ come punto di sella
- $(1, 1)$ come punto di sella
- $(-1, -1)$ come punto di massimo relativo
- $(1, -1)$ come punto di minimo relativo

4. Domanda a risposta singola
(4 punti)

Sia M la massa totale della curva

$$\gamma : \begin{cases} x = t^2 \cos 2t \\ y = t^2 \sin 2t \\ z = t \end{cases} \quad t \in [0, 1]$$

rispetto alla densità lineare

$$\delta(x, y) = \frac{z^2}{2x^2 + 2y^2 + z^2}.$$

Allora

- $M = -1$
- $M = 0$
- $M = 1$
- $M = \pi$
- $M = \frac{\pi}{2}$
- $M = 2\pi$
- $M = \pi^2$

5. Domanda a risposta singola
(4 punti)

Il baricentro della lamina

$$\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$$

di densità superficiale

$$\delta(x,y) = x^2 + y^2$$

è

- (0,0)
- $\left(\frac{5}{2\pi}, \frac{5}{2\pi}\right)$
- $\left(\frac{1}{\pi}, \frac{1}{\pi}\right)$
- $\left(\frac{1}{5\pi}, -\frac{1}{5\pi}\right)$
- $\left(\frac{16}{5\pi}, \frac{16}{5\pi}\right)$
- $\left(-\frac{16}{3\pi}, -\frac{16}{2\pi}\right)$

6. Domanda a risposta singola
(4 punti)

Il lavoro del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = (xy^2 + x^2y + y, -xy^2 + x^2y + x)$$

lungo il bordo γ (orientato positivamente) della regione

$$\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq \sqrt{2}, y \geq 0\}$$

è

- 0
- $-\pi$
- π
- $\frac{\pi}{2}$
- $-\frac{\pi}{4}$
- $\frac{\pi}{3}$
- $-\frac{\pi}{6}$

7. Domanda a risposta multipla
(3 punti)

L'equazione differenziale

$$y'(x) = 2x \cos^2 y(x)$$

- è a variabili separabili
- è lineare
- è del secondo ordine
- ammette infinite soluzioni definite su tutto \mathbb{R}
- ammette qualche soluzione che non è definita su tutto \mathbb{R}
- ammette esattamente una soluzione per ogni $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$, con $y(x_0) = y_0$
- se $y(0) = 0$, allora $y''(0) = 0$
- se $y(0) = 0$, allora $y''(0) = 2$

8. Domanda a risposta singola
(3 punti)

L'anello di convergenza della serie di Laurent

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{z^n}{3^n + 1}$$

è

- $\{z \in \mathbb{C} : 0 < z < 3\}$
- $\{z \in \mathbb{C} : 1 < z < 3\}$
- $\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 3\}$
- $\{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{3} < |z| < 1\}$
- $\{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{3} < |z| < 3\}$
- $\{z \in \mathbb{C} : z \leq \frac{1}{3}\}$

9. Domanda
(4 punti)

La funzione

$$f(z) = \frac{z e^{z-1}}{z^3 - 1}$$

- è intera
- è olomorfa per $|z| > 1$
- è olomorfa per $|z| < 1$
- ammette un polo di ordine 3
- ammette tre poli semplici
- $\text{Res}(f, 0) = \text{Res}(f, -1)$
- $\text{Res}(f, 1) = \frac{1}{3}$
- $\text{Res}(f, 1) = -\frac{1}{3}$

Questo contenuto non è stato creato né approvato da Microsoft. I dati che invii verranno recapitati al proprietario del modulo.

 Microsoft Forms