Analisi Matematica II (9 Novembre 2020)

Primo compito in itinere, 9 Novembre 2020

***** Obbligatoria

* Questo modulo registrerà il tuo nome, inserire il nome.

Dati Personali

Inserire qui di seguito i dati richiesti (obbligatori).

1. Cognome *

2. Nome *

3. Matricola *

Questionario

Rispondere alle seguenti domande indicando la risposta corretta. Ogni domanda ha una sola risposta corretta.

4. Domanda
   (3 punti)

   Il limite

   $$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$$

   - ◯ *vale* 0
   - ◯ *vale* 1
   - ◯ *vale* $+\infty$
   - ◯ *non esiste*

5. Domanda
   (3 punti)

   Sia $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$ una regione aperta e sia $f : \Omega \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile.
   Dire quale delle seguenti affermazioni può essere **falsa**.

   - ◯ f è continua in Ω
   - ◯ f è derivabile in Ω
   - ◯ f possiede tutte le derivate direzionali in ogni punto di Ω
   - ◯ f ammette piano tangente in ogni punto di Ω
   - ◯ f è di classe $C^1(\Omega)$

6. Domanda
(3 punti)

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = x^2 e^y + xy,$$

il punto $\mathbf{x}_0 = (1,0)$ e il versore $\mathbf{v} = (1/2, \sqrt{3}/2)$.
Allora la derivata direzionale $D_{\mathbf{v}}(\mathbf{x}_0)$ vale

- ○ 0
- ○ $1 + \sqrt{2}$
- ○ $1 + \sqrt{3}$
- ○ *non esiste*
- ○ *nessuna delle risposte precedenti*

7. Domanda
(3 punti)

La funzione $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$

- ○ possiede due punti di sella
- ○ possiede due punti di minimo
- ○ possiede due punti di massimo
- ○ possiede un punto di minimo e un punto di sella
- ○ possiede un punto di minimo e un punto di massimo
- ○ *nessuna delle risposte precedenti*

8. Domanda
(3 punti)

Data la funzione

$$F(x,y) = x^5 + y^5 - \alpha x^3 y - 2xy^2 + \alpha \qquad \alpha \in \mathbb{R},$$

l'equazione $F(x,y) = 0$ definisce implicitamente una funzione derivabile $y = g(t)$ in un intorno del punto $P_0 \equiv (1,1)$ per

- ◯ $\alpha = 0$
- ◯ $\alpha \neq 0$
- ◯ $\alpha = 1$
- ◯ $\alpha \neq 1$
- ◯ *nessun valore di* α

9. Domanda
(3 punti)

La trasformazione $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definita da

$$F(x,y) = (x^3 + y^3, x^2 y + xy^2)$$

è localmente invertibile

- ◯ *in tutto* $\mathbb{R}^2$
- ◯ *in tutto* $\mathbb{R}^2$ *tolto un punto*
- ◯ *in tutto* $\mathbb{R}^2$ *tolto due rette parallele*
- ◯ *in tutto* $\mathbb{R}^2$ *tolto due rette ortogonali*
- ◯ *nessuna delle risposte precedenti*

10. Domanda
(4 punti)

Sia
$$I = \iint_{\Omega} xy(x^2 + y^2)\ dx\ dy$$
dove
$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq x \leq y\}.$$
Allora

- ◯ $I = \frac{1}{12}$
- ◯ $I = \frac{1}{24}$
- ◯ $I = \frac{1+\sqrt{2}}{12}$
- ◯ $I = \frac{1+\sqrt{2}}{24}$
- ◯ *nessuna delle risposte precedenti*

11. Domanda
(4 punti)

Sia
$$I = \iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2}\ dx\ dy\ dz$$
dove
$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq x^2 + y^2 \leq 1\}.$$
Allora

- ◯ $I = 0$
- ◯ $I = \frac{\pi}{5}$
- ◯ $I = \frac{2}{5}\pi$
- ◯ $I = \frac{3}{5}\pi$
- ◯ *nessuna delle risposte precedenti*

12. Domanda
(3 punti)

La curva

$$\gamma : \begin{cases} x = t^2 \cos t \\ y = t^2 \sin t \\ z = 2t \end{cases} \qquad t \in [0, 1]$$

ha lunghezza

- $L = 0$
- $L = 1$
- $L = \frac{7}{3}$
- $L = \frac{5}{4}$
- *nessuna delle risposte precedenti*

13. Domanda
(4 punti)

La curvatura di

$$\gamma : \begin{cases} x = e^t \cos 2t \\ y = e^t \sin 2t \\ z = e^t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

nel punto $P \equiv (1, 0, 1)$ è data da

- $\kappa = 0$
- $\kappa = \frac{\sqrt{5}}{3}$
- $\kappa = \frac{\sqrt{35}}{3\sqrt{3}}$
- $\kappa = \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{3}}$
- *nessuna delle risposte precedenti*