

Analisi Matematica II (9 Novembre 2020)

Primo compito in itinere, 9 Novembre 2020

* Obbligatoria

* Questo modulo registrerà il tuo nome, inserire il nome.

Dati Personali

Inserire qui di seguito i dati richiesti (obbligatori).

1. Cognome *

2. Nome *

3. Matricola *

Questionario

Rispondere alle seguenti domande indicando la risposta corretta. Ogni domanda ha una sola risposta corretta.

4. Domanda

(3 punti)

Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$$

- vale 0
- vale 1
- vale $+\infty$
- non esiste

5. Domanda

(3 punti)

Sia $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$ una regione aperta e sia $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione differenziabile. Dire quale delle seguenti affermazioni può essere **falsa**.

- f è continua in Ω
- f è derivabile in Ω
- f possiede tutte le derivate direzionali in ogni punto di Ω
- f ammette piano tangente in ogni punto di Ω
- f è di classe $C^1(\Omega)$

6. Domanda

(3 punti)

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = x^2 e^y + xy,$$

il punto $\mathbf{x}_0 = (1, 0)$ e il versore $\mathbf{v} = (1/2, \sqrt{3}/2)$.

Allora la derivata direzionale $D_{\mathbf{v}}(\mathbf{x}_0)$ vale

- 0
- $1 + \sqrt{2}$
- $1 + \sqrt{3}$
- non esiste*
- nessuna delle risposte precedenti*

7. Domanda

(3 punti)

La funzione $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$

- possiede due punti di sella
- possiede due punti di minimo
- possiede due punti di massimo
- possiede un punto di minimo e un punto di sella
- possiede un punto di minimo e un punto di massimo
- nessuna delle risposte precedenti*

8. Domanda

(3 punti)

Data la funzione

$$F(x, y) = x^5 + y^5 - \alpha x^3 y - 2xy^2 + \alpha \quad \alpha \in \mathbb{R},$$

l'equazione $F(x, y) = 0$ definisce implicitamente una funzione derivabile $y = g(x)$ in un intorno del punto $P_0 \equiv (1, 1)$ per

- $\alpha = 0$
- $\alpha \neq 0$
- $\alpha = 1$
- $\alpha \neq 1$
- nessun valore di α

9. Domanda

(3 punti)

La trasformazione $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$F(x, y) = (x^3 + y^3, x^2 y + xy^2)$$

è localmente invertibile

- in tutto \mathbb{R}^2
- in tutto \mathbb{R}^2 tolto un punto
- in tutto \mathbb{R}^2 tolto due rette parallele
- in tutto \mathbb{R}^2 tolto due rette ortogonali
- nessuna delle risposte precedenti

10. Domanda

(4 punti)

Sia

$$I = \iint_{\Omega} xy(x^2 + y^2) \, dx \, dy$$

dove

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq x \leq y\}.$$

Allora

$I = \frac{1}{12}$

$I = \frac{1}{24}$

$I = \frac{1+\sqrt{2}}{12}$

$I = \frac{1+\sqrt{2}}{24}$

nessuna delle risposte precedenti

11. Domanda

(4 punti)

Sia

$$I = \iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz$$

dove

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Allora

$I = 0$

$I = \frac{\pi}{5}$

$I = \frac{2}{5}\pi$

$I = \frac{3}{5}\pi$

nessuna delle risposte precedenti

12. Domanda
(3 punti)

La curva

$$\gamma : \begin{cases} x = t^2 \cos t \\ y = t^2 \sin t \\ z = 2t \end{cases} \quad t \in [0, 1]$$

ha lunghezza

- $L = 0$
- $L = 1$
- $L = \frac{7}{3}$
- $L = \frac{5}{4}$
- nessuna delle risposte precedenti

13. Domanda
(4 punti)

La curvatura di

$$\gamma : \begin{cases} x = e^t \cos 2t \\ y = e^t \sin 2t \\ z = e^t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

nel punto $P \equiv (1, 0, 1)$ è data da

- $\kappa = 0$
- $\kappa = \frac{\sqrt{5}}{3}$
- $\kappa = \frac{\sqrt{35}}{3\sqrt{3}}$
- $\kappa = \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{3}}$
- nessuna delle risposte precedenti